中国科学技术大学

2014年硕士学位研究生入学考试试题

（信号与系统）

一、计算题（1～5题每题6分，6～10题每题10分，共80分）

1. 计算$[1+(-1)^n]u[n]$的Z变换。

2. 一个离散时间LTI系统，当输入$x[n]$为因果序列时系统响应$y[n]=\sum_{m=0}^{n}\sum_{k=0}^{m}x[k]$，求该系统的单位冲激响应$h[n]$。

3. 已知一离散时间LTI系统的频率响应为$H(e^{j\Omega})=\sin^2[(\Omega-\pi)/2]$，试求该系统的单位冲激响应$h[n]$。

4. $x_1[n]$和$x_2[n]$均为稳定的因果序列，$X_1(e^{j\Omega})$和$X_2(e^{j\Omega})$分别为$x_1[n]$和$x_2[n]$的DTFT，求证：$\int_{-\pi}^{\pi}X_1(e^{j\Omega})X_2(e^{j\Omega})d\Omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}X_1(e^{j\Omega})d\Omega\int_{-\pi}^{\pi}X_2(e^{j\Omega})d\Omega$

5. 对于单位冲激响应为$h(t)=\delta(t-T)$的LTI系统，试证明$\phi_1(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-kT)$是该系统的特征函数，并给出相应的特征值；与此类似，试找出相应的特征值为2的另外一个特征函数$\phi_2(t)$。

6. 已知$x(t)=tu(t)-2(t-1)u(t-1)+(t-2)u(t-2$，试画出$y(t)=x(\frac{t-1}{2})$的波形图，并计算$y(t)$的傅里叶变换。

7. 某LTI系统的频率响应$H(\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|<W\\ 0, & |\omega|>W\end{cases}$。周期信号$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\alpha^{|k|}e^{jk(2\pi/T)t}$，$0<\alpha<1$。如果该周期信号$x(t)$通过这个LTI系统，试确定$W$值取多大时，才能确保系统输出$y(t)$的平均功率至少是$x(t)$平均功率的80%。

8. 已知一个周期为$N=6$的周期序列$x[n]$，当$0\le n<6$的序列值依次为$1,-1,0,2,-0,$，计算$x[n]$的6点DFT系数$X[k]$以及$x[n]$的DFS系数$F_k, k\in Z$。

9. 由差分方程$y[n]-\frac{1}{2}y[n-1]=\sum_{k=0}^{3}(x[n-k]-2x[n-k-1])$和起始条件$y[-1]=-2$表示的离散时间因果系统，当系统输入$x[n]=\delta[n]$时，试用递推算法求系统的零状态响应$y_{zs}[n]$和零输入响应$y_{zi}[n]$（各计算出前5个序列值）。

10. 已知$x[n]=\sin(\pi n/2)/(\pi n)$, $y[n]=x^2[n]$，求$x[n]$与$y[n]$的互相关函数$R_{xy}[n]$。

二、以 $20.48kHz$ 的采样频率对一模拟时域信号进行 DFT 频谱分析，取样点数为 1024。（12 分）

1．求其频谱分辨率，分别以模拟域频率 Δf 和数字域频率 $\Delta\omega$ 表示；（6 分）

2．求谱线 $X(127)$ 所对应的频率，分别以模拟域频率 f_k 和数字域频率 ω_k 表示。（6 分）

三、某系统当输入 $x(t)=\begin{cases}1, 0<t<2\\ 0, 其它\end{cases}$ 时，输出为 $y(t)=\begin{cases}1-\cos\pi t, 0\le t\le 2\\ 0, 其它\end{cases}$。已知该系统是因果的连续时间 LTI 系统。试求：（15 分）

1. 该系统的单位冲激响应 $h(t)$，并概画出 $h(t)$ 的波形；（9 分）

2. 试求该系统对于输入信号为 $x_1(t)=u(t)-u(t-1)$ 的响应 $y_1(t)$，并概画出 $y_1(t)$ 的波形。（6 分）

四、已知一因果的连续时间系统，在 s 平面上的零极点分布如图 4 所示，已知该系统的单位冲激响应 $h(t)$ 的终值 $\lim\limits_{t\to\infty}h(t)=1$，系统的初始条件为 $y(0_-)=1,\ y'(0_-)=-1,\ y''(0_-)=3$。（28 分）

1．试求该系统的系统函数 $H(s)$ 及其收敛域，并给出该系统的微分方程表示；（6 分）

2．给出该系统使用积分器等实现的并联型、级联型实现结构；（8 分）

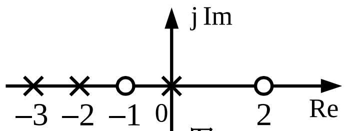

图4

3．当输入 $x(t)=e^{-t}u(t)$ 时，试求系统的零输入响应 $y_{zi}(t), t\ge 0$、零状态响应 $y_{zs}(t), t\ge 0$，自由响应 $y_{fr}(t), t\ge 0$、强迫响应 $y_{fo}(t), t\ge 0$，稳态响应 $y_{st}(t), t\ge 0$ 和暂态响应 $y_{te}(t), t\ge 0$。（14 分）

五、对于如图 5(a) 所示的正交多路复用系统和图 5(b) 所示的解复用系统，两路输入信号 $x_1(t)$、$x_2(t)$ 都是带限于 ω_M 的信号，即当 $|\omega|>\omega_M$, $X_1(\omega)=X_2(\omega)=0$，其中 $X_1(\omega)$、$X_2(\omega)$ 分别是 $x_1(t)$、$x_2(t)$ 的傅里叶频谱。设载波频率 ω_c 远大于 ω_M。试证明：

$y_1(t)=x_1(t),\ y_2(t)=x_2(t)$。（15 分）

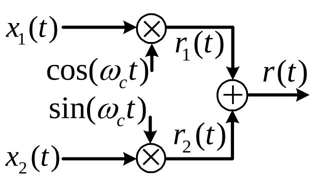

图5 (a)

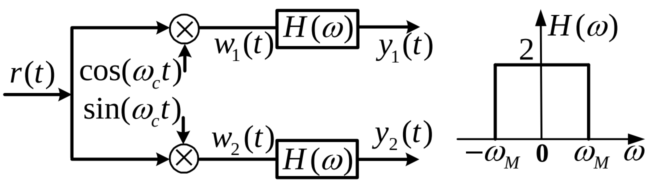

图5 (b)