1. 已知 $x(t)$ 波形如下图 1 所示，求其傅里叶变换的像函数。

2. 已知 $x[n]$ 序列波形如图 2 所示，从-1 点开始延续到无穷大的有规律数列，写出其闭合解析表达式，并求其 Z 变换。

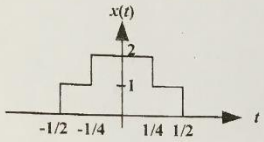

图 1

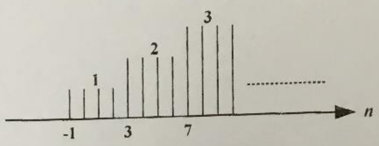

图 2

3.计算一个有限长时间序列 $x[n]=e^{j\frac{2\pi}{N}n}+\sin(\frac{4\pi}{N}n)$，$0\le n<N-1$ 的 N 点 DFT

4. 求 $\dfrac{e^{s}}{s(1+e^{-s})}$，$\operatorname{Re}\{s\}>0$ 的拉普拉斯反变换。

5. 因果连续时间信号 $x(t)$ 的拉普拉斯变换的像函数为 $X(s)=(2s-3)/(s^2+5s+6)$，试求信号 $x(t)$ 的初值 $\lim\limits_{t\to 0^+}x(t)$ 和终值 $\lim\limits_{t\to\infty}x(t)$。

6.已知 $x(t)=\begin{cases}1/t, t\neq 0\\ 0, t=0\end{cases}$，求 $y(t)=x(t)*x(t)$，其中 * 表示卷积运算。

7 已知 $y[n]-\frac{1}{6}y[n-1]-\frac{1}{3}y[n-2]=x[n]-\frac{1}{2}x[n-1]-3x[n-2]$ 表示的因果 LTI 系统，请概画出该系统的幅频响应。

8、如果*表示卷积，@表示相关，对于任意的满足模可积的两个函数 $x(t)$，$y(t)$，证明 $[x(t)*y(t)]@[x(t)*y(t)]$ 与 $[x(t)@x(t)]*[y(t)@y(t)]$ 相等

二、由差分方程 $y[n]+0.75y[n-1]+0.125y[n-2]=x[n]+3x[n-1]$ 表示的因果系统。（共 15 分）

(1) 对于其描述的 LTI 系统，求系统函数 $H(z)$，画出 $H(z)$ 在 z 平面上零极点分布和收敛域；（5 分）

(2) 已知其附加条件为 $y[0]=1, y[-1]=-6$，当输入 $x[n]=(0.5)^n u[n]$ 时，求系统的零状态响应 $\boldsymbol{y_{zs}[n]}$ 和零输入响应 $\boldsymbol{y_{zi}[n]}$。（10 分）

三、某 LTI 系统的结构如图 3 所示，其中 $H_2(s)=\dfrac{k}{s-1}$，因果 LTI 子系统 $H_1(s)$ 满足条件：当子系统 $H_1(s)$ 的输入是 $x_1(t)=2e^{-3t}u(t)$ 时，对应 $H_1(s)$ 的子系统输出为 $y_1(t)$；而在输入为 $x_2(t)=\dfrac{dx_1(t)}{dt}$ 时，对应 $H_1(s)$ 的子系统输出为 $-3y_1(t)+e^{-2t}u(t)$；求：（共 12 分）

(1) 子系统 $H_1(s)$ 和对应的单位冲激响应函数 $h_1(t)$（5 分）

(2) 描述 $x(t)$ 和 $y(t)$ 关系的整个系统的 $H(s)$（5 分）

(3) 若要使系统 $H(s)$ 稳定，k 的取值范围（2 分）

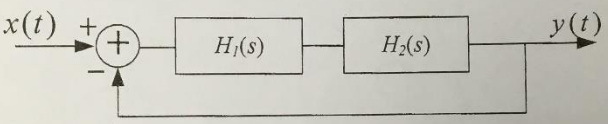

图 3.系统框图

四、已知实的离散时间因果 LTI 系统的零、极点如图 5 所示，且它在输入为 $x[n]=\cos(\pi n)$ 时的输出为 $y[n]=(-1)^n$.{提示：在有限 z 平面上没有零点}　（共 15 分）

(1) 写出它的系统函数 $H(z)$ 和收敛域。(5 分)

(2) 写出系统的差分方程表示。(3 分)

(3) 对于差分方程描述的系统，用并联型和级联型结构实现结构，要求延时单元不多于 2 个。(4 分)

(4) 求其单位冲激响应。(3 分)

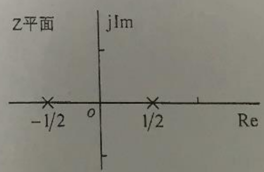

图 4

五、对于如图 5 所示的相乘器，对信号 $f(t)$ 的傅里叶变换得到的像函数的形式是 $F(\omega)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\pi\omega}$

$x(t)$ 是带限于 ω_M 的连续时间信号，求：（共 10 分）

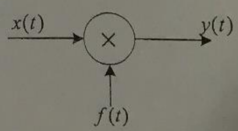

图5.

(1) 画出 $f(t)$ 的时域波形和频谱图。(5 分)

(2) 如果希望从 $y(t)$ 中无失真的恢复出 $x(t)$，ω_M 必须满足何种条件。(2 分)

(3) 在 ω_M 满足无失真恢复的条件下，请画出由 $y(t)$ 恢复出 $x(t)$ 的示意图。(3 分)

1、信号 $x(t)$ 的傅里叶频谱为 $X(j\omega)$，那么信号 $x(t)$ 的偶分量 $x_e(t)$、奇分量 $x_o(t)$ 各自的频谱与 $X(j\omega)$ 有什么关系？

2、信号 $x(t)$ 为实的因果信号且在 $t=0$ 时不包含 $\delta(t)$ 及其导数项，它的傅里叶频谱按实部虚部表示为 $X(j\omega)=R(j\omega)+jI(j\omega)$，请问 $R(j\omega)$、$I(j\omega)$ 各自有何特性？$R(j\omega)$ 与 $I(j\omega)$ 有何联系？

3、微分方程 $y'(t)+2y(t)=x(t)$ 描述一个起始松弛的连续时间系统，试求当输入信号 $x(t)=\cos(2t),\ -\infty<t<\infty$ 时系统的输出 $y(t)$。

4、信号 $x(t)$ 的傅里叶频谱函数为 $X(j\omega)=-j\,\mathrm{sgn}(\omega)=\begin{cases}-j, \omega>0\\ j,\ \omega<0\end{cases}$，试求 $x(t)$。

5、利用傅里叶变换求 $\int_0^\infty \cos(\omega t)d\omega$ 的积分值。

6、试画出信号 $x(t)=\dfrac{\sin(\pi t/2)}{\pi t}+\dfrac{\sin(\pi t/2-\pi)}{\pi t-2\pi}$ 的幅度频谱曲线 $|X(\omega)|$ 和相位频谱曲线 $\varphi(\omega)$，并求出对这个信号进行采样的奈奎斯特间隔 T_s。

7、试求频率响应为 $H(\omega)=\dfrac{\omega^2}{5-\omega^2+2j\omega}$ 的连续时间因果 LTI 系统的单位阶跃响应 $s(t)$。

8、已知 $X(z)$ 为序列 $x[n]$ 的 Z 变换，$X(z)=Z\{x[n]\}$。试求以下序列的 Z 变换，要求用 $X(z)$ 表达：1）$x[-n]$；2）$x^*[n]$。

9、已知序列 $x[n]=r^n\sin(\omega_0 n)u[n]$，$-\infty<n<+\infty$。求 $x[n]$ 的 Z 变换 $X(z)$，并给出相应的收敛域。

10、试求信号 $x(t)=e^{-\pi t^2}$ 的自相关函数 $R_x(t)$、信号 $x(t)$ 的能量 E_x 及其能量谱密度函数 $\psi_x(\omega)$。可能利用的数学式：$\int_0^{\infty}e^{-(t/\tau)^2}dt=\sqrt{\pi}\tau/2$

二、信号 $x(t)=\sum\limits_{k=-\infty}^{\infty}\alpha^{|k|}e^{jk(2\pi/T)t}$，$0<\alpha<1$ 通过频率响应 $H(\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|<W\\ 0, & |\omega|>W\end{cases}$ 的 LTI 系统。试确定 W 值取多大时，才能确保系统输出信号 $y(t)$ 的平均功率至少是输入信号 $x(t)$ 平均功率的 80%。（10 分）

三、已知 $x[n]$ 是周期为 4 的周期序列，对序列 $x[n]$ 在 $0\le n\le 7$ 做 8 点 DFT 运算，得到 DFT 系数为：$X(0)=X(2)=X(4)=X(6)=1$，$X(1)=X(3)=X(5)=X(7)=0$。试求：（共 15 分）

1. 周期序列 $x[n]$，并概画出它的序列图形；（5 分）

2. 该周期序列 $x[n]$ 通过单位冲激响应为 $h[n]=(-1)^n\dfrac{\sin^2(\pi n/2)}{\pi^2 n^2}$ 的数字滤波器后的输出 $y[n]$，并概画出它的序列图形。（10 分）

四、微分方程 $y''(t)+5y'(t)+6y(t)=x''(t)-3x'(t)+2x(t)$ 所描述的因果连续时间系统的起始条件为 $y(0_-)=1,\ y'(0_-)=-1$。（共 15 分）

1. 试求该微分方程所描述的 LTI 系统的系统函数 $H(s)$，并画出 $H(s)$ 在 s 平面的零极点分布和收敛域；（5 分）
2. 画出该 LTI 系统的幅频响应特性曲线；（2 分）
3. 当输入 $x(t)=e^{-2t}u(t)$ 时，试求系统的零输入响应 $y_{zi}(t),t\ge 0$、零状态响应 $y_{zs}(t),t\ge 0$。（8 分）

1. 求信号$x(t)=e^{-2t}u(t)+e^{-3t+1}\delta(t)$通过微分器的输出信号$y(t)$。

2. 对于长度为N的有限长序列$x[n],\ n=0,1,2,\cdots,N-1$，试问对$x[n]$进行$N$点DFT运算所得到的序列$X(k)$与$x[n]$的傅里叶频谱$X(e^{j\Omega})$有何关系？对该序列$x[n]$以周期$N$左右无限延拓构成周期序列$\tilde{x}[n]$，试问$\tilde{x}[n]$的傅里叶级数系数$F_k$与$X(k)$有何关系？

3. 试求图1.3所示的半波正弦脉冲信号$x(t)$的拉普拉斯变换和傅里叶变换。

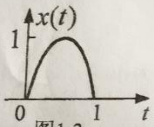

图1.3

4. 对信号$x(t)=[\sin(5\pi t)/(\pi t)]^2$进行采样的奈奎斯特频率$\omega_s$和奈奎斯特间隔$T_s$分别是多少？

5. 试求升余弦脉冲信号$x(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\tau}[1+\cos(\dfrac{\pi}{\tau}t)], & |t|<\tau \\ 0, & |t|>\tau\end{cases}$的频谱。

6. 对于系统函数为$H(s)=\dfrac{s+2}{s^2+7s+12}, -4<\mathrm{Re}\{s\}<-3$的某一个连续时间LTI系统，求它的单位冲激响应$h(t)$。

7. 试分别求如下拉普拉斯变换和Z变换的反变换$f(t)$和$f[n]$，
$F(s)=\ln(1+as^{-1}),\ a>0,\ \mathrm{Re}\{s\}>0$和$F(z)=\ln(1+az^{-1}),\ |z|>|a|$

8. 已知$H(z)$为一个稳定的因果系统的系统函数，$h[n]$为其单位冲激响应。试证明$\lim\limits_{n\to\infty}h[n]=\lim\limits_{z\to 1}(z-1)H(z)$，给出推导过程。

9. 微分方程$y'(t)+3y(t)=2x(t)$描述一个起始松弛的连续时间系统，试求当输入信号$x(t)=e^{2t}$，$-\infty<t<\infty$时系统的输出$y(t)$。

10. 已知系统的频率响应 $H(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{\omega e^{-\mathrm{j}(\omega-3\pi/2)}}{10-\omega^2+6\mathrm{j}\omega}$，求它的单位冲激响应 $h(t)$。

二、实序列 $x[n]$ 的离散时间傅里叶变换为 $X(e^{j\Omega})$，试确定满足下列 4 个条件的序列 $x[n]$：（1）$x[n]$ 在 $n>0$ 时等于 0；（2）在 n=0 时 $x[0]>0$；（3）$\int_0^{2\pi}\left|X(e^{j\Omega})\right|^2 \mathrm{d}\Omega=12\pi$；（4）$X(e^{j\Omega})=\mathrm{Re}[X(e^{j\Omega})]+j\,\mathrm{Im}[X(e^{j\Omega})]$，其中 $\mathrm{Im}[X(e^{j\Omega})]=\sin\Omega-\sin(2\Omega)$。（10 分）

三、由差分方程 $y[n]+0.75y[n-1]+0.125y[n-2]=x[n]+3x[n-1]$ 表示的因果系统，已知其附加条件为 $y[0]=1, y[-1]=-6$。（15 分）

1．求系统函数 $H(z)$，画出 $H(z)$ 在 z 平面上零极点分布和收敛域；（5 分）

2．试画出用最少数目的三种离散时间基本单元（离散时间数乘器、相加器和单位延时器）实现该系统的规范型实现结构；（4 分）

3．当输入 $x[n]=(0.5)^n u[n]$ 时，求该系统的零状态响应 $y_{zs}[n]$ 和零输入响应 $y_{zi}[n]$。（6 分）

四、在图 4 所示的离散时间系统中，子系统 $H_1(e^{j\Omega})$ 的单位冲激响应为 $h_1[n]=[\sin(\pi n/3)\sin(\pi n/6)]/(\pi n^2)$。（共 15 分）

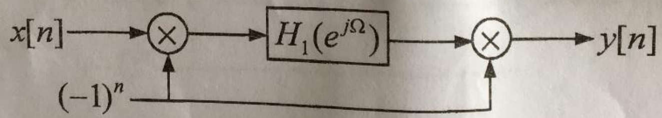

图 4

1. 求整个系统的单位冲激响应 $h[n]$；（4 分）

2. 画出整个系统频率响应 $H(e^{j\Omega})$ 的频率响应特性曲线，并判断它是什么类型（低通、高通、带通等）的滤波器；（5 分）

3. 当系统的输入 $x[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta[n-2k]e^{jk\pi}+\sum_{k=0}^{2}2^{-k}\cos(\pi kn/3)+\sin\left(\dfrac{(31n-1)\pi}{12}\right)$ 时，求系统的输出 $y[n]$。（6 分）

1. 试判断下列信号是否是周期信号？若是，给出其基本周期。

1） $x(t)=\cos(3t+\pi/4)$ 2） $x[n]=\cos(\frac{n}{4})\cos(\frac{\pi n}{4})$

2. 已知信号 $x(t)$ 如图 1.2 所示，画出 $x(2-\frac{t}{2})$ 的波形图和 $\frac{d}{dt}x(t)$ 的波形图。

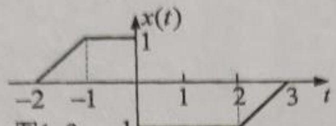

图1. 2

3. 对于以输入输出关系 $y(t)=e^{2t}\int_{-\infty}^{t}(e^{-\tau})^2x(\tau)d\tau$ 描述的系统，判断系统的记忆性、线性、时不变性、因果性、稳定性以及可逆性；如果系统是可逆的，试求它的逆系统的单位冲激响应。

4. 对于起始松弛的离散时间 LTI 系统，当输入为 $x[n]=(0.5)^n u[n]$ 时，系统的输出为 $y[n]=(0.5)^n\{u[n-2]-u[n-5]\}$，求系统的单位冲激响应 $h[n]$。

5. 已知离散时间因果稳定的 LTI 系统单位冲激响应为 $h[n]=\sum_{k=0}^{\infty}h_k\delta[n-k]$，它的逆系统是因果稳定 LTI 系统，其单位冲激响应为 $h_{inv}[n]=\sum_{k=0}^{\infty}g_k\delta[n-k]$。试确定 g_k 满足的代数方程并找出计算的递推算法。

6. 求信号 $x(t)=u(t)-u(t-2)$ 与 $y(t)=\cos(\pi t)[u(t)-u(t-2)]$ 的互相关函数 $R_{xy}(t)$。

7. 对方程 $y[n]-0.25y[n-2]=x[n]-x[n-1]$ 和起始条件 $y[-1]=8, y[-2]=-4$ 表示的离散时间因果系统，用递推方法计算输入 $x[n]=\cos(\pi n/2)u[n]$ 时系统的零状态响应 $y_{zs}[n]$ 和零输入响应 $y_{zi}[n]$，分别计算前 4 个序列值。

二、某系统当输入 $x(t)=\begin{cases}1, & 0<t<2 \\ 0, & \text{其它}\end{cases}$ 时，输出为 $y(t)=\begin{cases}1-\cos\pi t, & 0\le t\le 2 \\ 0, & \text{其它}\end{cases}$。已知该系统是因果的连续时间 LTI 系统。试求：（共 16 分）

1. 该系统的单位冲激响应 $h(t)$，并概画出 $h(t)$ 的波形；（10 分）
2. 试求该系统对于输入信号为 $x_1(t)=u(t)-u(t-1)$ 时系统的响应 $y_1(t)$，并概画出 $y_1(t)$ 的波形。（6 分）

三、微分方程 $y'(t)+2y(t)=x'(t)-x(t)$ 表示因果 LTI 系统。试求：（共 16 分）

1. 该系统的单位冲激响应 $h(t)$ 和单位阶跃响应 $s(t)$；（12 分）
2. 用最少的基本单元（积分器、相加器、数乘器）实现该系统。（4 分）

四、某系统如图 4（a）所示。试求：（共 12 分）

1. 求系统的单位阶跃响应 $s(t)$，并画出 $s(t)$ 的波形；（6 分）
2. 当系统输入信号 $x(t)$ 如图 4（b）所示，求系统的响应 $y(t)$，并画出 $y(t)$ 的波形。（6 分）

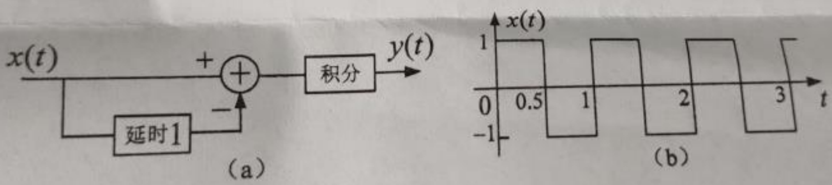

图 4