中国科学技术大学

2016年硕士学位研究生入学考试试题

（信号与系统）

所有试题答案写在答题纸上，答案写在试卷上无效

☐需使用计算器　　　　☐不使用计算器

一、简答题（每小题5分，共20分）

1. 对于输入输出关系 $y[n]=\sum_{k=n-2}^{n+2} x[k]$ 描述的系统，判断系统的记忆性、线性、时不变性、因果性、稳定性（无需说明理由）。

2. 信号 $x(t)$ 的傅里叶频谱为 $X(j\omega)$，那么信号 $x(t)$ 的偶分量 $x_e(t)$、奇分量 $x_o(t)$ 各自的频谱与 $X(j\omega)$ 有什么关系？

3. 对信号 $x(t)=[\sin(5\pi t)/(\pi t)]^2$ 进行采样的奈奎斯特频率 ω_s 和奈奎斯特间隔 T_s 是多少？

4. 对于长度为 N 的有限长序列 $x[n],\ n=0,1,2,\cdots,N-1$，试问对 $x[n]$ 进行 N 点 DFT 运算所得到的序列 $X(k)$ 与 $x[n]$ 的傅里叶频谱 $X(e^{j\Omega})$ 有何关系？对该序列 $x[n]$ 以周期 N 左右无限延拓构成周期序列 $\tilde{x}[n]$，试问 $\tilde{x}[n]$ 的傅里叶级数系数 F_k 与 $X(k)$ 有何关系？

二、计算题（每小题8分，共40分）

1. 求信号 $x(t)=u(t)-u(t-2)$ 与 $y(t)=\cos(\pi t)[u(t)-u(t-2)]$ 的互相关函数 $R_{xy}(t)$。

2. 求频率响应为 $H(\omega)=\omega^2/(5-\omega^2+2\mathrm{j}\omega)$ 的连续时间因果 LTI 系统的单位阶跃响应 $s(t)$。

3. 试求 $X(z)=(z^2+1)/(z^2+z-2),\ 1<|z|<2$ 的逆 Z 变换。

4. 已知 $X(z)$ 为序列 $x[n]$ 的 Z 变换，$X(z)=Z\{x[n]\}$。试求以下序列的 Z 变换，要求用 $X(z)$ 表达：1） $x[-n]$；2） $x^*[n]$。

5. 差分方程 $y[n]-0.5y[n-1]=x[n]$ 描述一个起始松弛的离散时间系统，试求当输入信号 $x[n]=1+(-1)^n$，$-\infty<n<\infty$ 时系统的输出 $y[n]$。

三、在长途电话通信中，由于传输线与发射机和接收机阻抗不匹配，会导致信号在接收端和发射端来回地反射，这种传输系统可用一个因果 LTI 系统来模拟，其单位冲激响应 $h(t)=\sum_{k=0}^{\infty}\alpha^{2k+1}\delta(t-T-2kT)$，其中，$\alpha$ 和 T 为从发射机到接收机信号的单程传输衰减和传播时间，且 $0<\alpha<1$。试求：（共 15 分）

1. 该系统的系统函数和收敛域；（3 分）
2. 画出该系统及其逆系统的零、极点图，试问它们是全极点系统还是全零点系统？（6 分）
3. 试求这个逆系统的单位冲激响应，并写出它的微分方程表示；（3 分）
4. 如果只考虑单位冲激响应 $h(t)$ 中的前两项，重做 3 小题。（3 分）

四、图 4.1 所示的连续时间 LTI 系统，其中子系统 5 是图 4.2 所示 RC 积分电路，时间常数 $\tau=RC=10$（微秒）；已知 $h_1(t)=\sin(10\pi t)/(\pi t)$，

$$H_2(\omega)=\begin{cases}e^{-j0.2\omega}, & |\omega|<10\pi\\ 0, & |\omega|>10\pi\end{cases},\quad h_3(t)=\begin{cases}1/(\pi t), & t\neq 0\\ 0, & t=0\end{cases},\quad H_4(\omega)=\begin{cases}-j, & \omega>0\\ j, & \omega<0\end{cases}。$$

在比较精确的工程近似情况下，试求：（共 20 分）

1. 整个系统的频率响应 $H(j\omega)$，概画出它的幅频响应和相频响应波形；（15 分）
2. 当输入 $x(t)=\sum_{l=-\infty}^{\infty}\{u(t-0.4l)-u(t-0.2-0.4l)\}$ 时，求系统的输出 $y(t)$。（5 分）

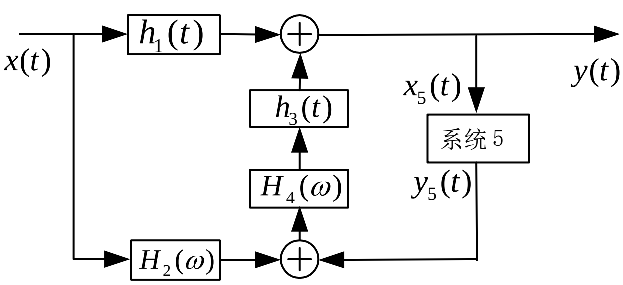

图 4. 1

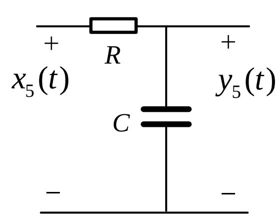

图 4. 2

五、在图 5 所示的离散时间系统中，子系统 $H_1(e^{j\Omega})$ 的单位冲激响应为 $h_1[n]=\dfrac{\sin(\pi n/3)\sin(\pi n/6)}{\pi n^2}$。 （共 20 分）

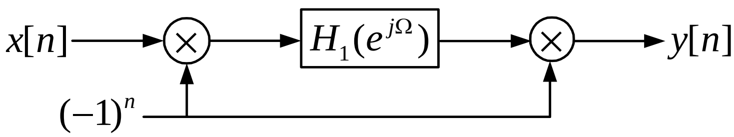

图 5

1. 求整个系统的单位冲激响应 $h[n]$；　（5 分）
2. 画出整个系统频率响应 $H(e^{j\Omega})$ 的频率响应特性曲线，并判断它是什么类型（低通、高通、带通等）的滤波器；　（7 分）
3. 当系统的输入 $x[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta[n-2k]\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\pi}+\sum_{k=0}^{2}2^{-k}\cos\left(\pi kn/3\right)+\sin\left(\dfrac{(31n-1)\pi}{12}\right)$时，求系统的输出 $y[n]$。　（8 分）

六、微分方程 $y''(t)+5y'(t)+6y(t)=x''(t)-3x'(t)+2x(t)$ 所描述的因果连续时间系统的起始条件为 $y(0\_)=1,\ y'(0\_)=-1$。 （共 25 分）

1. 试求该微分方程所描述的 LTI 系统的系统函数 $H(s)$，并画出 $H(s)$ 在 s 平面的零极点分布和收敛域；（5 分）
2. 给出该 LTI 系统使用积分器等实现的并联型、级联型实现结构；（6 分）
3. 画出该 LTI 系统的幅频响应特性曲线和相频响应特性曲线；（6 分）
4. 当输入 $x(t)=e^{-2t}u(t)$ 时，试求系统的零输入响应 $y_{zi}(t),t\geq 0$ 、零状态响应 $y_{zs}(t),t\geq 0$。　（8 分）

七、已知一数字系统的系统函数为 $H(z)$，群延迟为 $\tau(\Omega)$。试证明：

$$\tau(\Omega)=-\mathrm{Re}\left\{z\cdot\frac{dH(z)}{dz}\cdot\frac{1}{H(z)}\right\}\Big|_{z=e^{j\Omega}}$$ （共 10 分）