

中国科学技术大学
2016—2017 学年第二学期期末考试试卷

考试科目: 信号与系统 得分: _____

学生所在小班: _____ 姓名: _____ 学号: _____

一、计算以下问题: (每小题 6 分, 共 60 分)

1、信号 $x(t)$ 的傅里叶频谱为 $X(j\omega)$, 那么信号 $x(t)$ 的偶分量 $x_e(t)$ 、奇分量 $x_o(t)$ 各自的频谱与 $X(j\omega)$ 有什么关系?

2、信号 $x(t)$ 为实的因果信号且在 $t=0$ 时不包含 $\delta(t)$ 及其导数项, 它的傅里叶频谱按实部虚部表示为 $X(j\omega) = R(j\omega) + jI(j\omega)$, 请问 $R(j\omega)$ 、 $I(j\omega)$ 各自有何特性? $R(j\omega)$ 与 $I(j\omega)$ 有何联系?

3、微分方程 $y'(t) + 2y(t) = x(t)$ 描述一个起始松弛的连续时间系统, 试求当输入信号 $x(t) = \cos(2t)$, $-\infty < t < \infty$ 时系统的输出 $y(t)$ 。

4、信号 $x(t)$ 的傅里叶频谱函数为 $X(j\omega) = -j \operatorname{sgn}(\omega) = \begin{cases} -j, & \omega > 0 \\ j, & \omega < 0 \end{cases}$, 试求 $x(t)$ 。

5、利用傅里叶变换求 $\int_0^{\infty} \cos(\omega t) d\omega$ 的积分值。

6、试画出信号 $x(t) = \frac{\sin(\pi t/2)}{\pi t} + \frac{\sin(\pi t/2 - \pi)}{\pi t - 2\pi}$ 的幅度频谱曲线 $|X(\omega)|$ 和相位频谱曲线 $\varphi(\omega)$, 并求出对这个信号进行采样的奈奎斯特间隔 T_s 。

7、试求频率响应为 $H(\omega) = \frac{\omega^3}{5 - \omega^2 + 2j\omega}$ 的连续时间因果 LTI 系统的单位阶跃响应 $s(t)$ 。

8、已知 $X(z)$ 为序列 $x[n]$ 的 Z 变换, $X(z) = Z\{x[n]\}$ 。试求以下序列的 Z 变换, 要求用 $X(z)$ 表达: 1) $x[-n]$; 2) $x^*[n]$ 。

9、已知序列 $x[n] = r^n \sin(\omega_0 n) u[n]$, $-\infty < n < +\infty$ 。求 $x[n]$ 的 Z 变换 $X(z)$, 并给出相应的收敛域。

10、试求信号 $x(t) = e^{-\pi t^2}$ 的自相关函数 $R_x(t)$ 、信号 $x(t)$ 的能量 E_x 及其能量谱密度函数 $\psi_x(\omega)$ 。可能利用的数学式: $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(t/\tau)^2} dt = \sqrt{\pi} \tau / 2$

二、信号 $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha^{|k|} e^{jk(2\pi/T)t}$, $0 < \alpha < 1$ 通过频率响应 $H(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| < W \\ 0, & |\omega| > W \end{cases}$ 的

LTI 系统。试确定 W 值取多大时, 才能确保系统输出信号 $y(t)$ 的平均功率至少是输入信号 $x(t)$ 平均功率的 80%。 (10 分)

三、已知 $x[n]$ 是周期为 4 的周期序列, 对序列 $x[n]$ 在 $0 \leq n \leq 7$ 做 8 点 DFT 运算, 得到 DFT 系数为: $X(0) = X(2) = X(4) = X(6) = 1$,

$X(1) = X(3) = X(5) = X(7) = 0$ 。试求: (共 15 分)

1. 周期序列 $x[n]$, 并概画出它的序列图形; (5 分)
2. 该周期序列 $x[n]$ 通过单位冲激响应为 $h[n] = (-1)^n \frac{\sin^2(\pi n/2)}{\pi^2 n^2}$ 的数字滤波器后的输出 $y[n]$, 并概画出它的序列图形。 (10 分)

四、微分方程 $y''(t) + 5y'(t) + 6y(t) = x''(t) - 3x'(t) + 2x(t)$ 所描述的因果连续时间系统的起始条件为 $y(0_-) = 1, y'(0_-) = -1$ 。 (共 15 分)

1. 试求该微分方程所描述的 LTI 系统的系统函数 $H(s)$, 并画出 $H(s)$ 在 s 平面的零点分布和收敛域; (5 分)
2. 画出该 LTI 系统的幅频响应特性曲线; (2 分)
3. 当输入 $x(t) = e^{-2t} u(t)$ 时, 试求系统的零输入响应 $y_{zi}(t), t \geq 0$ 、零状态响应 $y_{zs}(t), t \geq 0$ 。 (8 分)