

中国科学技术大学  
2017—2018 学年第二学期期末考试试卷

考试科目: 信号与系统

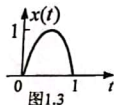
得分: \_\_\_\_\_

学生所在小班: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_

一、计算以下问题: (每小题 6 分, 共 60 分)

1. 求信号  $x(t) = e^{-2t}u(t) + e^{-3t+1}\delta(t)$  通过微分器的输出信号  $y(t)$ 。
2. 对于长度为  $N$  的有限长序列  $x[n]$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ , 试问对  $x[n]$  进行  $N$  点 DFT 运算所得到的序列  $X(k)$  与  $x[n]$  的傅里叶频谱  $X(e^{j\Omega})$  有何关系? 对该序列  $x[n]$  以周期  $N$  左右无限延拓构成周期序列  $\tilde{x}[n]$ , 试问  $\tilde{x}[n]$  的傅里叶级数系数  $F_k$  与  $X(k)$  有何关系?

3. 试求图 1.3 所示的半波正弦脉冲信号  $x(t)$  的拉普拉斯变换和傅里叶变换。



4. 对信号  $x(t) = [\sin(5\pi t)/(\pi t)]^2$  进行采样的奈奎斯特频率  $\omega_s$  和奈奎斯特间隔  $T_s$  分别是多少?

5. 试求升余弦脉冲信号  $x(t) = \begin{cases} \frac{1}{2\tau}[1 + \cos(\frac{\pi}{\tau}t)], & |t| < \tau \\ 0, & |t| > \tau \end{cases}$  的频谱。

6. 对于系统函数为  $H(s) = \frac{s+2}{s^2+7s+12}$ ,  $-4 < \text{Re}\{s\} < -3$  的某一个连续时间 LTI 系统, 求它的单位冲激响应  $h(t)$ 。

7. 试分别求如下拉普拉斯变换和 Z 变换的反变换  $f(t)$  和  $f[n]$ ,

$$F(s) = \ln(1 + as^{-1}), a > 0, \text{Re}\{s\} > 0 \text{ 和 } F(z) = \ln(1 + az^{-1}), |z| > |a|$$

8. 已知  $H(z)$  为一个稳定的因果系统的系统函数,  $h[n]$  为其单位冲激响应。试证明  $\lim_{n \rightarrow \infty} h[n] = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)H(z)$ , 给出推导过程。

9. 微分方程  $y'(t) + 3y(t) = 2x(t)$  描述一个起始松弛的连续时间系统, 试求当输入信号  $x(t) = e^{2t}$ ,  $-\infty < t < \infty$  时系统的输出  $y(t)$ 。

10. 已知系统的频率响应  $H(j\omega) = \frac{\omega e^{-j(\omega-3\pi/2)}}{10-\omega^2+6j\omega}$ , 求它的单位冲激响应  $h(t)$ 。

二、实序列  $x[n]$  的离散时间傅里叶变换为  $X(e^{j\Omega})$ , 试确定满足下列 4 个条件的序列  $x[n]$ : (1)  $x[n]$  在  $n > 0$  时等于 0; (2) 在  $n=0$  时  $x[0] > 0$ ; (3)  $\int_0^{2\pi} |X(e^{j\Omega})|^2 d\Omega = 12\pi$ ; (4)  $X(e^{j\Omega}) = \text{Re}[X(e^{j\Omega})] + j \text{Im}[X(e^{j\Omega})]$ , 其中  $\text{Im}[X(e^{j\Omega})] = \sin\Omega - \sin(2\Omega)$ 。 (10 分)

三、由差分方程  $y[n] + 0.75y[n-1] + 0.125y[n-2] = x[n] + 3x[n-1]$  表示的因果系统, 已知其附加条件为  $y[0] = 1, y[-1] = -6$ 。 (15 分)

1. 求系统函数  $H(z)$ , 画出  $H(z)$  在  $z$  平面上零极点分布和收敛域; (5 分)
2. 试画出用最少数目的三种离散时间基本单元 (离散时间数乘器、相加器和单位延时器) 实现该系统的规范型实现结构; (4 分)
3. 当输入  $x[n] = (0.5)^n u[n]$  时, 求该系统的零状态响应  $y_{zs}[n]$  和零输入响应  $y_{zi}[n]$ 。 (6 分)

四、在图 4 所示的离散时间系统中, 子系统  $H_1(e^{j\Omega})$  的单位冲激响应为  $h_1[n] = [\sin(\pi n/3) \sin(\pi n/6)] / (\pi n^2)$ 。 (共 15 分)

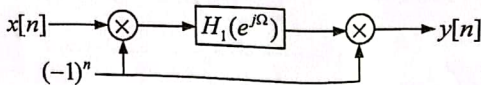


图 4

1. 求整个系统的单位冲激响应  $h[n]$ ; (4 分)
2. 画出整个系统频率响应  $H(e^{j\Omega})$  的频率响应特性曲线, 并判断它是什么类型 (低通、高通、带通等) 的滤波器; (5 分)
3. 当系统的输入  $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-2k] e^{jk\pi} + \sum_{k=0}^2 2^{-k} \cos(\pi k n/3) + \sin\left(\frac{(31n-1)\pi}{12}\right)$  时, 求系统的输出  $y[n]$ 。 (6 分)