

## 等离子体物理复习题和要点

基本物理参数:

玻尔兹曼常数  $\kappa = 1.36 \times 10^{-23} \text{J/K}$ , 电子电荷  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ , 电子质量  $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{kg}$ , 质子质量  $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{kg}$ ,  $m_p/m_e = 1837$ , 光速  $c = 3.0 \times 10^8 \text{m/s}$ , 真空介

电常数  $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \times 9.0 \times 10^9} \text{F/m}$ , 真空磁导率  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{N/A}^2$ ,  $\epsilon_0 \mu_0 = c^{-2}$

### ● 等离子体基本概念和方程

要点

等离子体的温度和粒子数密度, 粒子热运动动能, 粒子间的平均势能  
准中性的时间尺度(电子静电振荡)和空间尺度(德拜屏蔽)

复习题

如果近地轨道附近的太阳风等离子体的温度为  $10 \text{ eV}$ , 其中的电子数密度为  $10 \text{ cm}^{-3}$ , 而磁场为  $10 \text{ nT}$ , 则该处太阳风的温度为多少  $\text{K}$ ? 压强为多少  $\text{Pa}$  (帕)? 电子的平均动能为多少  $\text{J}$ ? 相邻带电粒子间的静电势能和平均动能之比是多少? 该等离子体中的电子静电振荡频率与回旋频率之比是多少? (电子)德拜长度为多少  $\text{m}$ ?

### ● 单粒子运动

要点

回旋运动, 引导中心漂移 (电场漂移, 曲率漂移, 梯度漂移)

磁矩, 绝热不变量, 投射角, 磁镜力(磁场梯度力), 损失锥分布

复习题

球坐标下的偶极子磁场表达式为

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{M}{r^3} (2 \cos \theta \mathbf{e}_r + \sin \theta \mathbf{e}_\theta)$$

这里  $M$  是磁矩。将地球磁场视为偶极场,  $P$  是地球赤道上空的一点。

(1)证明: 经过  $P$  点的磁力线的方程为  $r = R \sin^2 \theta$ , 这里  $R$  是  $P$  点的  $r$ 。

(2)计算  $P$  点处该磁力线的曲率半径  $R_c$ 。

(3)若某带电粒子某时刻运动的引导中心在  $P$  点, 且此时它在平行磁场方向和垂直磁场方向的动能相等, 求它此时的曲率漂移速度与磁场梯度漂移速度之比。

### ● 等离子体的方程描述

要点

连续性方程, 动理论方程, 矩方程, 电磁流体方程, 磁流体力学方程组

压强张量, 磁压强和磁张力, 磁场的冻结和扩散, 广义欧姆定律, 磁流体力学的平衡态

复习题

忽略碰撞, 利用等离子体的动理论方程, 推导由电子构成流体的动量方程:

$$nm \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p - ne(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

这里  $\mathbf{v}$  是电子流体的平均速度,  $p$  是仅由电子提供的分压强。

## ● 等离子体中的波动

### 要点

波动的波矢  $\mathbf{k}$ 、频率  $\omega$  (在等离子体物理中, “频率” 一般指的是角频率)、初相位相速度和群速度

非磁化等离子体中的波的颜色散关系:

电子静电波(朗缪尔波)

离子声波

电磁波

磁流体力学波的颜色散关系和性质:

阿尔芬波

磁声波

磁化冷等离子体中的电磁波:

波的截止和共振

垂直传播的高混杂波的共振频率

垂直传播的低混杂波的共振频率

平行传播的(左旋)离子回旋波的共振频率

平行传播的(右旋)电子回旋波的共振频率

平行传播的(右旋)哨声波的色散关系

### 复习题

假设冷等离子体中的离子质量无穷大, 电子的数密度为  $n_0$ , 推导以下平行磁场传播的波的频率: 左旋波的截止频率  $\omega_L$ , 右旋波的截止频率  $\omega_R$ , 高混杂(共振)频率。

对于高混杂波(课本习题 4-6 中的上杂化振荡), 证明电子运动的轨道是椭圆, 并且在  $\mathbf{k}$  的方向(即波的传播方向)被拉长。这里假设等离子体是冷的, 背景磁场  $\mathbf{B}_0$  沿  $z$  方向, 波沿  $x$  方向传播。

## ● 等离子体中的不稳定性

### 要点

磁流体平衡态

磁流体稳定性的能量原理

磁流体的不可压缩条件

了解一些不稳定性的图像和简单判据:

腊肠不稳定性, 扭曲不稳定性、交换不稳定性

双流不稳定性、撕裂模不稳定性

动理论不稳定性:

朗道阻尼的物理机制和不稳定条件

回旋共振条件

### 复习题

某个等离子体的电子一维的分布函数  $f(v)$  由两部分组成:

$$f(v) = n_p \left( \frac{m}{2\pi\kappa T_p} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\left(\frac{mv^2}{2\kappa T_p}\right)} + n_b \left( \frac{m}{2\pi\kappa T_b} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\left(\frac{m(v-u)^2}{2\kappa T_b}\right)}$$

其中  $n_p$ 、 $T_p$  是主体的部分(用下标  $p$ )的数密度和温度,  $n_b$ 、 $T_b$  是束流部分(用下标  $b$ )的数密度和温度,  $u$  是束流的平均速度。已知  $\frac{1}{2}mu^2 \gg \kappa T_b$ , 证明若等离子体中发生了不稳定性, 则近

似有

$$\frac{n_b}{n_p} \geq \frac{T_b}{T_p} \cdot u \left( \frac{m}{\kappa T_p} \right)^{\frac{1}{2}} e^{\frac{1}{2} - \frac{mu^2}{2\kappa T_p}}$$

(由习题 7-1 改编)