2021 年电磁学 (A) PHYS1004A.09 期中试题

叶邦角教授 & 王俊贤教授

2021 年 5 月 25 日 9:45-12:00

有部分魔改

一

（1）如图所示，已知该平面为一电荷面密度为 σ 的均匀带电平板，证明在如图所示的点处的由图上的面积元产生的电场强度的 z 轴分量为

$$\vec{E} = \frac{\sigma \mathrm{d}\Omega}{4\pi\epsilon_0}$$

其中 $\mathrm{d}\Omega$ 为该面积元对该点所张的立体角的大小

（2）设某正方体仅有相对的某两个面上分别均匀带有面密度为 $+\sigma$ 和 $-\sigma$ 的电荷，求正方体中心处的场强大小

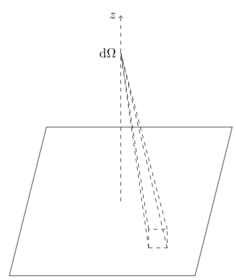

图 1

二

对如图所示的空心圆柱体，已知其单位长度的面电荷密度为 λ，求其一半的半圆柱体部分受到的单位长度的力的大小

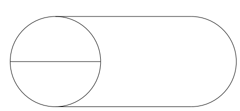

图 2

三

（1）考虑如图所示的球体，半径为 R，中间有一半径为 $0.5R$ 的空腔，其均匀带电为 Q，求其所在全空间的电场

（2）考虑在其空腔中心放置一个点电荷 q，求其所在全空间的电场

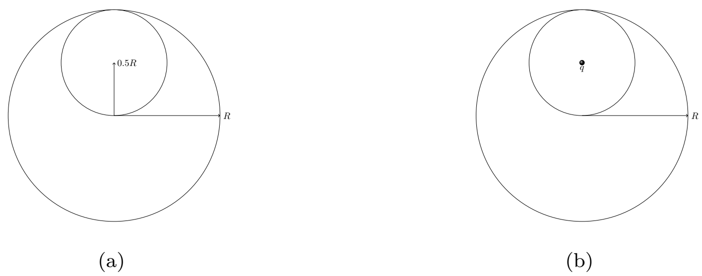

图 3

四

如图所示为某金属导体空腔球，其内外半径为 R_1, R_2，距球心距离为 a, b 处分别存在点电荷 q_1, q_2

（1）求 q_2 所受作用力

（2）求 q_1 所受作用力

（3）求球的外表面电势

（4）求球所受的作用力

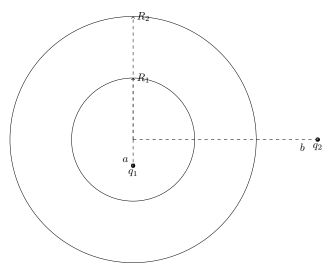

图 4

本题是比较易错的题目，主要问题在于如何考虑电像法和电荷守恒的统一，请注意电像法计算出来的感应电荷只是一种等效的理想模型，更加基本和具有优先级的应当是高斯定理和电荷守恒

四

如图所示的导体球层由两半和一个空腔组成，内外半径为 R_1，R_2，一半由导电率为 σ_1，介电常数为 ϵ_1 的物质组成，另一半由导电率为 σ_2，介电常数为 ϵ_2 的物质组成，先在球心和外壳处连接有一个电压为 U 的电源，求：

（1）总球电阻和球内的电流分布

（2）球内的电场分布

（3）整个球的产热功率

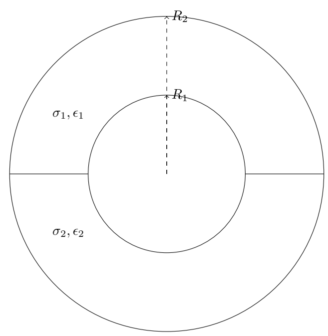

图 5

五

在某介质中，放入一个介质球，其相对介电常数为 ϵ_{r1}，外部的介质的相对介电常数为 ϵ_{r2}，球的半径为 R，求

（1）球的自能

（2）球内和球外的极化电荷密度，和球面上的极化电荷密度

（3）球的极化能，并代入 $\epsilon_{r2} = 1, \epsilon_{r1} = 2$ 计算

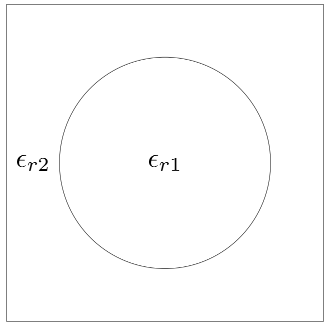

图 6

2021 年电磁学 (A) PHYS1004A.09 期末试题

叶邦角教授 & 王俊贤教授

2021 年 7 月 14 日 14:30-16:30

有部分魔改

一

已知如图所示，在某匀强磁场，磁感应强度为 B_0 中，有一圆形线圈，其半径为 a，电阻为 R，电感为 L，现在绕某直径以 ω 的角速度旋转，求

（1）线圈中电流 $I(t)$

（2）线圈的平均功率

（3）维持线圈转动所需要的力矩大小

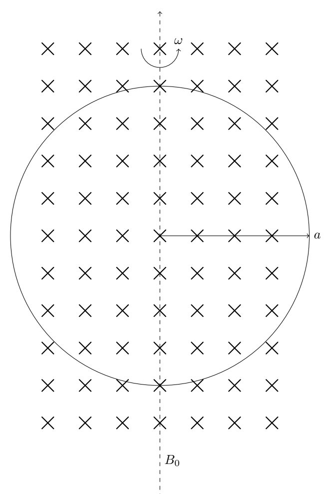

图 7

二

已知某均匀磁化的超导球位于某均匀磁场 B_0 中，其内部磁感应强度为 0，此超导球的半径为 R

（1）利用边值关系求出超导球的磁矩

（2）求距球为 r 处的磁感应强度大小

（3）求球边界上的磁化电流，利用磁介质极化的相关知识计算

（4）用磁介质极化的方法求出球的磁矩，并比较两种方法计算的磁矩

（5）当均匀磁场变为 $B(t)$ 时，求球在远处产生的涡旋电场

三

我们定义一组新的电场强度和磁感应强度

$$E' = E\cos(\theta) + cB\sin(\theta)$$

$$cB' = -E\sin(\theta) + cB\cos(\theta)$$

其中 c 为光速

（1）写出 Maxwell 方程组的微分和积分形式

（2）写出上述“电场强度”和“磁感应强度”所满足的，在真空无源下的新的 Maxwell 方程组形式

（3）计算新的“能流密度”S 和“能量密度”ω

四

对如图所示的半圆环：其由两半组成，内部的磁导率为 μ_1，外部的为 μ_2。内环半径为 a，外环半径为 $3a$，高度为 $2a$，环的外侧绕制了单位长度的数密度为 n 的导线，每根导线所通电流为 I，半圆环以外的区域均为真空，求

（1）求内部的磁感应大小

（2）求内部的磁场能量

（3）求磁化电流的面密度

（4）求圆环的电感

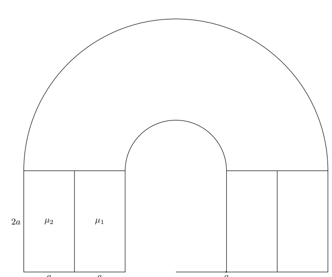

图 8

五

如图所示为某无限长圆柱螺线管的剖面，其单位长度的导线数量为 N，通过导线的电流为 $I(t) = I_0 \sin \omega t$，管的半径为 R

（1）求不同半径处的涡旋电场 E

（2）事实上，涡旋电场考虑其随时间的变化，会产生相对应的感应磁场，请求出管心处感应磁场 $B(0,t)$ 与距管中心 r 处感应磁场 $B(r,t)$ 的差值 ΔB

（3）考虑 $r \ll cT$，其中 T 为电流的周期，证明此时 ΔB 足够小可以忽略，并进一步说明涡旋电场产生的磁场完全可以忽略

（4）在管中心处放置一个足够小的，半径为 b，带电量为 Q 的均匀球体，从静止开始，仅受到涡旋电场进行绕直径的无摩擦旋转，求在 $t = \frac{\pi}{\omega}$ 时，球体的角动量大小

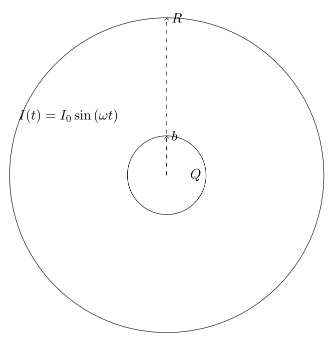

图 9

六

设某电磁波满足 $\vec{E} = \vec{E_{max}} \cos(k_x \cdot x + k_y \cdot y - \omega t)$

（1）求波矢 $\vec{k}$ 的大小，并求出此方向的一个单位矢量

（2）求 $\vec{B}$

（3）求平均能流密度和能量密度