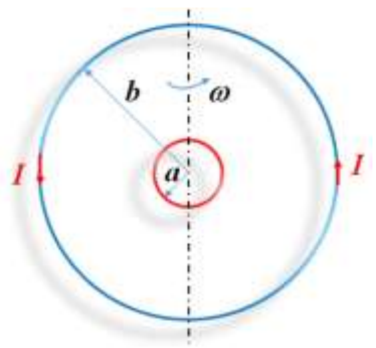
中 国 科 学 技 术 大 学

2019—2020 学年第二学期《电磁学 A》期末考试试卷

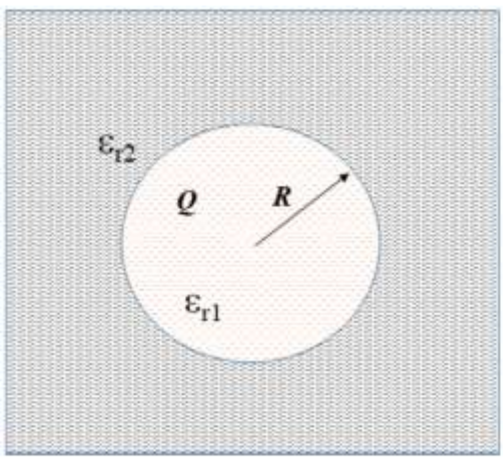
第一题 (10 分)

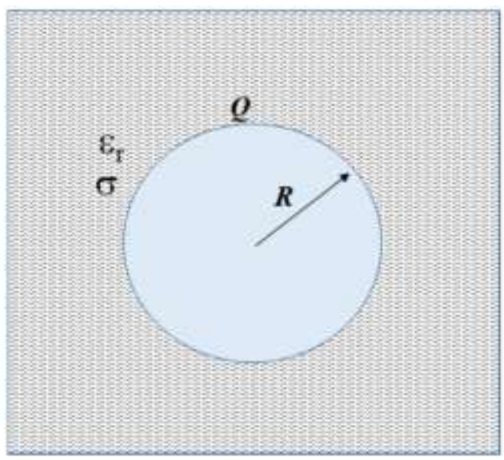
一半径为 a 的导体小线圈，电阻为 R，开始时与一个半径为 b（$b \gg a$）的大线圈共面且同心，固定大线圈，并在其中维持恒定电流 I，使小线圈绕其直径以匀角速度 ω 转动（线圈自感可以忽略），求：(1) 两线圈的互感系数；(2) 小线圈中的感应电流；(3) 维持小线圈转动需要的外力矩；(4) 大线圈中的感应电动势。



第二题 (20 分)

一个半径为 R 的介质球（见左图所示），相对介电常数为 ε_{r1}，球内均匀带电，总带电量为 Q，置于一个无限大相对介电常数为 ε_{r2} 的介质中。 求（1）球内和球外的电场；（2）系统的总静电能；（3）该介质球的等效电容值；（4）如果该球为导体球（见右图所示），球外介质是导电介质，电导率是 σ，求介质中电场随时间的变化规律，并求电荷全部到达无限远处过程中导电介质中产生的焦耳热。

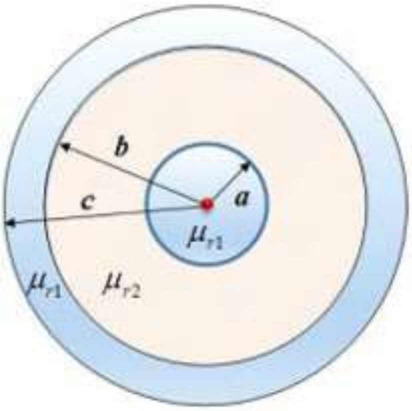


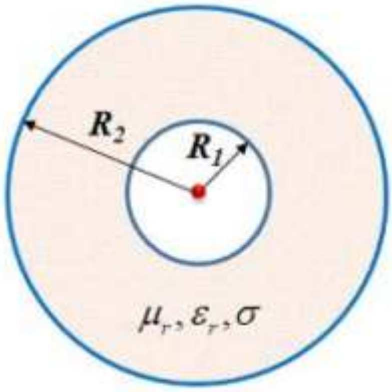


第三题 (20 分)

（1）一个同轴电缆，内实心导体的半径为 a， 外导体圆筒的内半径为 b, 外半径为 c，导体的相对磁导率都为 μ_{r1}， 内外筒之间充满相对磁导率为 μ_{r2} 的磁介质，内外筒沿轴线方向通有等量反向的电流 I，电流均匀分布，见左图。求各区间的磁感应强度，磁场强度和磁化强度，并求单位长度的自感系数。

（2）一个同轴电缆如果内圆柱体是空心的导体，半径为 R_1， 外筒是薄导体筒，半径为 R_2，长度为 d，不考虑边缘效应，内外筒之间填充电磁介质，介质的电导率为 σ，相对介电常数为 ε_r，相对磁导率为 μ_r，见右图所示，若该同轴电缆单位长度的自感、电容和电阻分别为 L、C 和 R，证明：RC=常数，L/R=常数，LC=常数，三个常数只与电磁介质特性有关，请给出三个常数值。





第四题 (18 分)

内、外半径分别为 a、b 的固定导体球壳，球心位于原点 O。已知带电量为 e 的点电荷位于 A 点 $(OA = 2b)$ 时，导体球壳对其所施加的静电力恰好为零。

（1）试求导体球壳所带电量；

（2）如果将点电荷 e 从 A 点移至无穷远处，外界需要抵抗静电力做多大功？

（3）如果将点电荷 e 从 O 点移至 B 点 $(OB = a/2)$，外界需要抵抗静电力做多大功？

第五题 (14 分)

自由空间中传播的单色平面电磁波，已知磁场为

$$\vec{B}(x,y,z,t) = 10^{-4}\cos\left(\frac{8\pi}{3}\times 10^6 x + 2\pi\times 10^6 y + \omega t\right)\hat{z}\ (\mathrm{T})$$

其中 ω 为大于零的常数。真空中的光速设为 $c = 3.0\times 10^8\ \mathrm{m/s}$。

（1）试确定沿着电磁波传播方向的单位矢量；

（2）试确定电磁波的波长和频率；

（3）确定电场强度；

（4）求电磁场的平均能量密度以及平均能量流密度的大小（计算中出现的 π 保留，不必代入具体数值）。

第六题 (18 分)

（1）电极化强度为 $\vec{P}$ 的均匀极化介质球，已知其在球内产生的电场是均匀的，而在球外产生的电场则与位于球心处的电偶极子所产生的电场相同。由此可知球内的电场为

$$\vec{E}_{内}=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。$$

（2）磁化强度为 $\vec{M}$ 的均匀磁化介质球，已知其在球内产生的磁场是均匀的，而在球外产生的磁场则与位于球心处的磁偶极子所产生的磁场相同。由此可知球内的磁场为

$$\vec{B}_{内}=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。$$

（3）设 O 是一块很大的电介质内部远离边界的一点，已知 O 点的电场强度为 $\vec{E}_0$、电极化强度为 $\vec{P}$，因此 $\vec{D}_0=\varepsilon_0\vec{E}_0+\vec{P}$。用 $\vec{E}$ 和 $\vec{D}$ 分别表示挖出一个以 O 点为中心的很小空腔后 O 点处的电场强度和电位移矢量。试就三种不同的空腔形状，完成下表（用 $\vec{E}_0$、$\vec{P}$ 表示 $\vec{E}$，用 $\vec{D}_0$、$\vec{P}$ 表示 $\vec{D}$）：

空腔形状	$\vec{E}=\vec{E}(\vec{E}_0,\vec{P})$	$\vec{D}=\vec{D}(\vec{D}_0,\vec{P})$
球形		
对称轴平行于$\vec{P}$的细长圆柱		
对称轴平行于$\vec{P}$的薄圆盘		

（4）设 O 是一块很大的磁介质内部远离边界的一点，已知 O 点的磁感应强度为 $\vec{B}_0$、磁化强度为 $\vec{M}$，因此 $\vec{H}_0=\vec{B}_0/\mu_0-\vec{M}$。用 $\vec{B}$ 和 $\vec{H}$ 分别表示挖出一个以 O 点为中心的很小空腔后 O 点处的磁感应强度和磁场强度。试就三种不同的空腔形状，完成下表（用 $\vec{B}_0$、$\vec{M}$ 表示 $\vec{B}$，用 $\vec{H}_0$、$\vec{M}$ 表示 $\vec{H}$）：

空腔形状	$\vec{B}=\vec{B}(\vec{B}_0,\vec{M})$	$\vec{H}=\vec{H}(\vec{H}_0,\vec{M})$
球形		
对称轴平行于$\vec{M}$的细长圆柱		
对称轴平行于$\vec{M}$的薄圆盘		