P90

2.

解：

（1）xy>=0

（2）x>=y

（3）$\varnothing$

3.

解：

$R_1 \circ R_2 = \{(c,d)\}$

$R_2 \circ R_1 = \{(a,c),(a,d)\}$

${R_1}^2 = \{(a,a),(a,b),(a,d)\}$

${R_2}^2 = \{(b,b),(c,c),(c,d)\}$

${R_2}^3 = \{(b,c),(b,d),(c,b)\}$

4.

证明：

任取 $(a,c) \in R_1 \circ (R_2 \cap R_3)$

则存在 $(a,b) \in (R_2 \cap R_3)$， $(b,c) \in R_1$

$\therefore$ $(a,b) \in R_2$ 且 $(a,b) \in R_3$

$\therefore$ $(a,c) \in R_1 \circ R_2$ 且 $(a,c) \in R_1 \circ R_3$

$\therefore$ $(a,c) \in ((R_1 \circ R_2) \cap (R_1 \circ R_3))$

$\therefore$ $R_1 \circ (R_2 \cap R_3) \subseteq (R_1 \circ R_2) \cap (R_1 \circ R_3)$

7.

证明：

$|X| = |X|$ $\therefore$ 自反

$|X| = |Y| \Leftrightarrow |Y| = |X|$ $\therefore$ 对称

$|X| = |Y|, |Y| = |Z| \Rightarrow |X| = |Z|$ $\therefore$ 传递

$\therefore$ ~是 P(A)上的等价关系

商集 $P(A)/\sim = \{[\varnothing],[\{1\}],[\{1,2\}],[\{1,2,3\}],[\{1,2,3,4\}]\}$

10.

证明：

$\forall\ a \in A$,

$(a,a) \in R$, $(a,a) \in A \times A$

$\therefore$ $(a,a) \in R \cap (A \times A)$

$\therefore$ 自反

$\forall\ (a,b),(b,a) \in R \cap (A \times A)$

$(a,b),(b,a) \in R$

$\therefore$ a=b

$\therefore$ 反对称

$\forall\ (a,b),(b,c) \in R \cap (A \times A)$

$(a,b),(b,c) \in R$

$\therefore\ (a,c) \in R$

又 $(a,c) \in A \times A$

$\therefore\ (a,c) \in R \cap (A \times A)$

$\therefore$ 传递

$\therefore\ R \cap (A \times A)$ 是 A 上的一个部分序。

11.

证明：

$\forall\ R_1 \in B$

$xR_1y \Rightarrow xR_1y$

$\therefore\ R_1 \le R_1$

$\therefore$ 自反

$\forall\ R_1 \le R_2$ 且 $R_2 \le R_1$

$R_1 \subseteq R_2$ 且 $R_2 \subseteq R_1$

$\therefore\ R_1 = R_2$

$\therefore$ 反对称

$\forall\ R_1 \le R_2$ 且 $R_2 \le R_3$

则 $R_1 \subseteq R_2$ 且 $R_2 \subseteq R_3$

$\therefore\ R_1 \subseteq R_3$

$\therefore\ R_1 \le R_3$

$\therefore$ 传递

$\therefore\ < B, \le >$ 是部分序集。