P127——14

（1） 是同态映射。$kerf_1=\{1，-1\}$

（3） 是同态映射。$kerf_3=\{1，-1\}$

（6） 不是同态映射。

P127——17

充分性：设 φ 是 G 到 G′的同态映射，且 φ (a)=b^k

则 e′=φ (a^n)=b^{nk}，而 e′=b^m，∴m|nk

必要性：若 m|nk，则 b^{nk}=e′

对∀n_1、n_2∈Z

$\varphi(a^{n1}*a^{n2})= \varphi(a^{n1+n2})=b^{(n1+n2)k}=b^{n1k}*b^{n2k}=\varphi(a^{n1})* \varphi(a^{n2})$

且 $\varphi(a^n)= \varphi(e)=b^{nk}= e'$

故 φ 是同态映射

又 $b^{nk}=b^{mp}= e'=\varphi(e)= \varphi(a^n)= [\varphi(a)]^n$

∴∃ φ=G→G′是同态映射，且 $\varphi(a)=b^k$

P127——19

证明：H、K 是 G 的正规子群，易证 H∩K 仍是 G 的正规子群

G/H、G/K 是交换群

则∀h∈H、k∈K、g∈G 都有 h*g=g*h ， k*g=g*k

G/H∩K={(H∩K)g|g∈G}

∀s∈H∩K,必有 s∈H、s∈K，故 s*g=g*s

∴G/H∩K 是交换群

P128——20

证明：(1) e= e′*e′*e*e ∈G′

设 h_1、h_2∈G′，则 h_1*h_2∈G′

设 $h_1=a_1'*b_1'*a_1*b_1*a_2'*b_2'*a_2*b_2 \ldots a_n'*b_n'*a_n*b_n$∈G′

则 $h_1'= b_n'*a_n'*b_n*a_n*\ldots b_1'*a_1'*b_1*a_1$∈G′即 G′是 G 的子群

设 g∈G, 又 (g′*a*g) ′= g′*a′*g

则 g′*a′*b′*a*b*g= (g′*a′*g)*(g′*b′*g)*(g′*a*g)*(g′*b*g) ∈G′

用 a 表示一个换位元，则 G′的任一元素可表示为 $a_1a_2\ldots a_n$

∴$g'*a_1*a_2\ldots a_n*g=(g'*a_1*g)*(g'*a_2*g)* \ldots *(g'*a_n*g)$ ∈G′

即 G′为 G 的正规子群

(2) ∀g_1、g_2∈G′,有 $g_1'*g_2'*g_1*g_2$∈G′

∴G′= G′($g_1'*g_2'*g_1*g_2$)

∴G′($g_2'*g_1'$)= G′($g_1'*g_2'$)

即 $G'g_2'*G'g_1'=G'g_1'*G'g_2'$

∴G/ G′为交换群

(3)G/N 是交换群

∴∀ g_1、g_2∈G 有 Ng_1*g_2 = Ng_2*g_1 即 $n_1*g_1*g_2$ = $n_2*g_2*g_1$

∴$n_2'*n_1$ = $g_2*g_1*g_2'*g_1'$ ∈N

又 $g_2*g_1*g_2'*g_1'$为换位元∈G′

∴G′是 N 的子群