# HW4 参考答案

# Ch3

## 5

1. 设$f(x)=\sum_{i=0}^{n} a_i x_i$, 则$\frac{d}{dx}f(x)=\sum_{i=1}^{n} i\cdot a_i x^{i-1}\in R[x]$故这是一个从$R[x]$到$R[x]$的映射，故值域是$R[x]$。由于对于值域中的每个元素都可以通
，易证明为满射。由于任意常数项求导后为0，不为单射，所以可知不为双射。
2. 由于$I(f(x))=\int_0^x f(t)dt=\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{x^{i+1}}{i+1}\in R[x]$故这是一个从$R[x]$到$R[x]$的映射。值域为除了含有常数项的$R[x]$。并且特别的，$I(0)=0$，因此
也不是双射

> 注：
>
> 1. 映射：像是唯一的
> 2. 单射：所有元素的原像唯一
> 3. 满射：所有元素均有原像
> 4. 双射：即是单射又是满射

## 12

> 设$\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\3&1&4&5&6&2\end{pmatrix}$, $\tau=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&4&1&3&6&5\end{pmatrix}$。计算$\tau\sigma$、$\tau^2\sigma$、$\sigma\tau^2$、$\sigma^{-1}\tau\sigma$

$$\tau\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\1&2&3&6&5&4\end{pmatrix}$$
$$\tau^2\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&4&1&5&6&3\end{pmatrix}$$
$$\sigma\tau^2=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\3&6&4&5&1&2\end{pmatrix}$$
$$\sigma^{-1}\tau\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&6&1&5&4&3\end{pmatrix}$$

> 注：置换没有交换性，所以一定要注意计算顺序

## 14(2)

> 将下列置换表示成不相交的轮换之积：$\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6&7&8\\3&6&4&1&8&2&5&7\end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6&7&8\\3&6&4&1&8&2&5&7\end{pmatrix}=(134)(26)(587)$$

## 19

> 写出下列二元函数的小项表达式：
>
> 1. 值恒为1的函数
> 2. 当且仅当两个变量取值相同时，函数的值为一

1. 值恒为一，则$f(1,1)=f(1,0)=f(0,1)=f(0,0)=1$， 因为
$f(x_1,x_2)=f(1,1)x_1x_2+f(1,0)x_1\bar{x_2}+f(0,1)\bar{x_1}x_2+f(0,0)\bar{x_1}\bar{x_2}$，所以$f(x_1,x_2)=x_1x_2+x_1\bar{x_2}+\bar{x_1}x_2+\bar{x_1}\bar{x_2}$
2. 当且仅当两个变量取值相同时，函数的值为一，则$f(0,0)=1, f(0,0)=1,$其余为0，$f(x_1,x_2)=x_1x_2+\bar{x_1}\bar{x_2}$

> 注：留意p63 n元开关函数的形式

# Ch4

## 1(3)

> 设E是万有集合，在$\mathcal{P}(E)$上定义如下关系，请说明该关系具有什么性质？
>
> - $SR_3T$，当且仅当$S\subset T$

- 不自反性、传递性、反对称性

> - 关于反对称性的说明：
> $R_3$的反对称性等价于$\forall S,T\in\mathcal{P}(E)$，$SR_3T\wedge TR_3S\Rightarrow S=T$, 其中前件$SR_3T\wedge TR_3S$恒假, 因此上式恒真，反对称性成立
> - 注意 "不自反性" 和 "不是自反的 / 没有自反性" 的区别. 后者与自反性是互补的，而前者只是后者的一个子集

## 2(2)

> 给出整数集合Z上满足如下性质的关系
>
> - 自反的、传递的、但不是对称的

- *xρy* ⇔ *x* ≥ *y*

> 注：搞清自反、反自反、对称、反对称、传递