

第一次习题课： Thomson原子模型和Rutherford原子模型

- 电子的发现→Thomson原子模型

1. Faraday 电解实验
2. Thomson 荷质比实验
3. Millikan 油滴实验

实验现象



建立模型



解释&修正

- 原子核的发现→Rutherford 原子模型

α 粒子散射实验

如何学习原子物理？ 梳理现象---模型(---光谱)，做到清楚对应

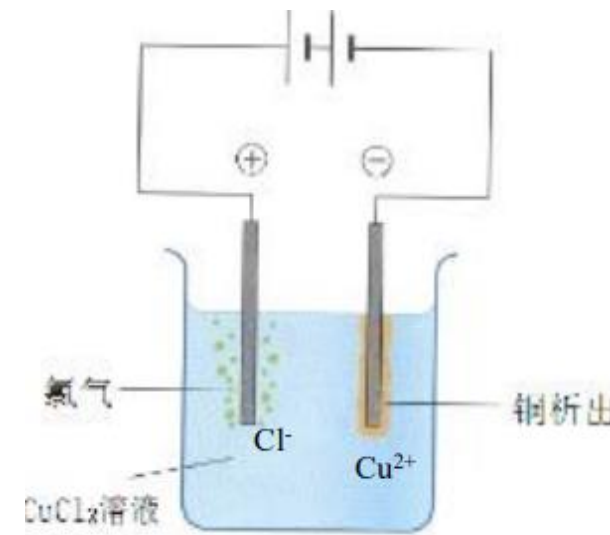
• 1.1 Thomson 原子模型：Faraday 电解实验

- 1850s, 对带电粒子的了解基本来自电解实验.

- Faraday 发现：

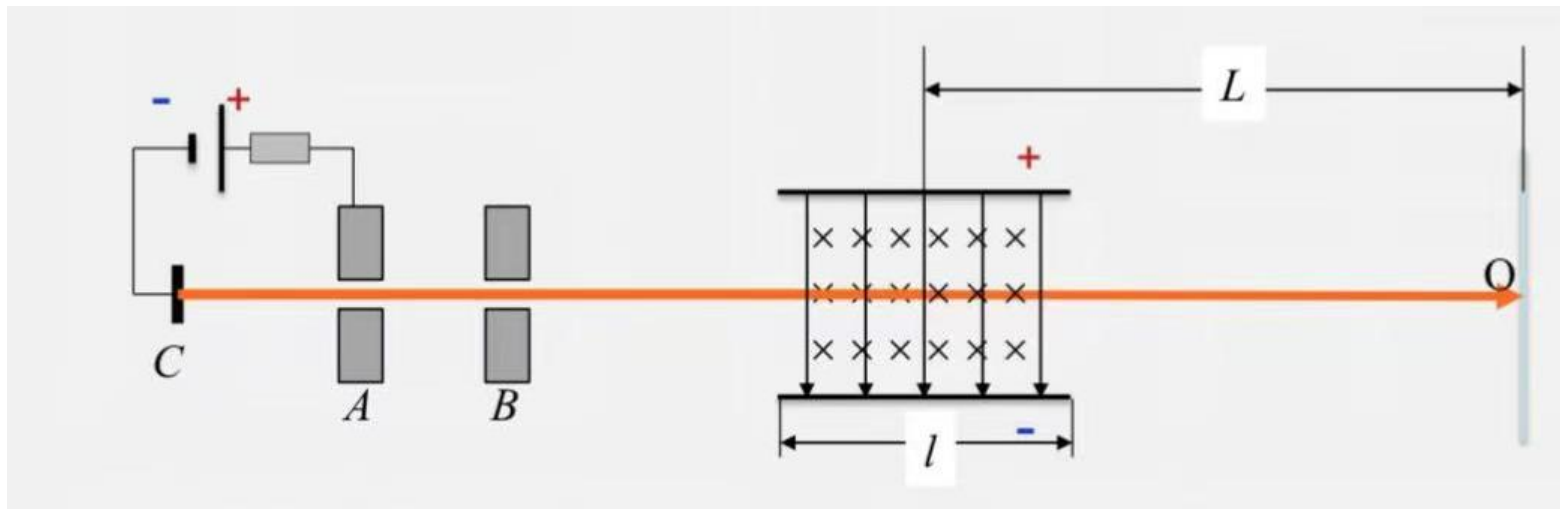
电解1摩尔单价离子所需的电量为一定值F， 约为96484.6C

这被称作法拉第电解定律 (Faraday's laws of electrolysis).



- 1874年, Stoney基于分子热运动对 N_A 的估算， 推算出单个原子带电量 $e \sim 10^{-20}C$.
- 1880年, Helmholtz指出 e 不可分割, 是“电荷的原子”.
- 1891年, Stoney引入 *electron*, 称谓基本电荷.

• 1.2 Thomson 原子模型： Thomson 荷质比测量实验

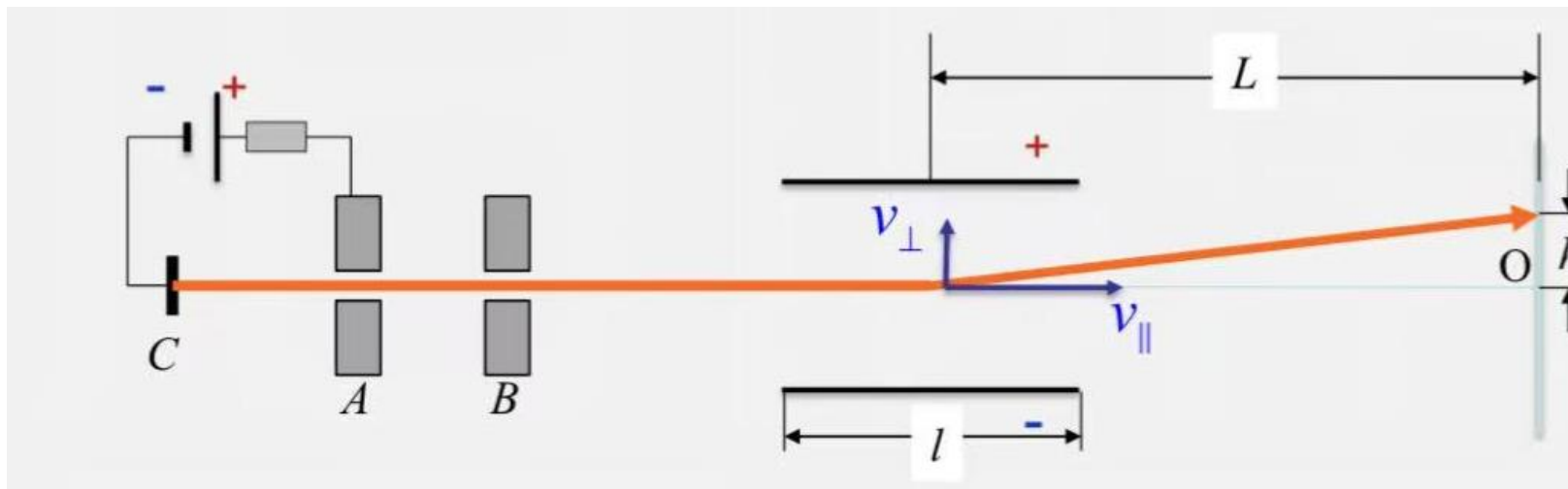


1. 加上垂直纸面向里的磁场和由下而上的电场， 调节大小， 使射线仍打在O点。

$$F_E = qE, \quad F_B = qvB$$

$$v = \frac{E}{B} = v_{\parallel}$$

• 1.2 Thomson 原子模型： Thomson 荷质比测量实验



2. 撤掉磁场，只加电场，测量射线向上偏转量，记为h。

经过偏转版，粒子获得垂直速度：

$$v_{\perp} = at = \frac{qE}{m} \frac{l}{v_{\parallel}} = \frac{qlB}{m}$$

$$\frac{h}{L} = \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} = \frac{qlB^2}{mE} \rightarrow \frac{q}{m} = \frac{hE}{lLB^2}$$

• 1.2 Thomson 原子模型：Thomson 荷质比测量实验

- 1897年，Thomson测量结果：

$$q/m=7.6\times 10^{10}\text{C/kg}$$

- 现代值：

$$q/m=1.759\times 10^{11}\text{C/kg}$$

- 至此， 阴极射线粒子的基础研究基本完成， 宣告了电子的诞生。
- *J.J.Thomson, 1906 Nobel Prize*

• 1.3 Thomson 原子模型: Millikan 油滴实验---较为准确地测量了基本电荷e的数值

- 1910年, Millikan在Science上给出测量结果:

$$e=1.601\times 10^{-19}\text{C}$$

- 现代值:

$$e=1.602176462\times 10^{-19}\text{C}$$

- 直接测量了基本电荷量, 直接证明了电荷的量子化.

- *R.A.Millikan, 1923 Nobel Prize*

• 1.3 Thomson 原子模型: Millikan 油滴实验step1: r的测量

- 跟踪一个带负电油滴, 设油滴半径为r, 密度为 ρ , 空气密度 ρ_0 , 粘滞系数 η , 带负电荷ek
- Stokes定律:

$$F_{\text{阻}} = 6 \pi \eta r v, \quad v \text{ 为下降速度}$$

- 达到平衡时, 油滴达到一个收尾速度 v_g , 电场力和浮力平衡重力和阻力:

$$6 \pi \eta r v + \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g$$

- 测量收尾速度 v_g , 得到 $r = \sqrt{\frac{9\eta v_g}{2(\rho - \rho_0)g}}$

• 1.3 Thomson 原子模型: Millikan 油滴实验step2: e的测量

- 跟踪一个带负电油滴, 设油滴半径为 r , 密度为 ρ , 空气密度 ρ_0 , 粘滞系数 η , 带负电荷 ek
- 加上电压 V , 使油滴掉头向上运动:

$$F_{\text{电}} = ek * V/l, \quad V/l \text{ 即电场强度.}$$

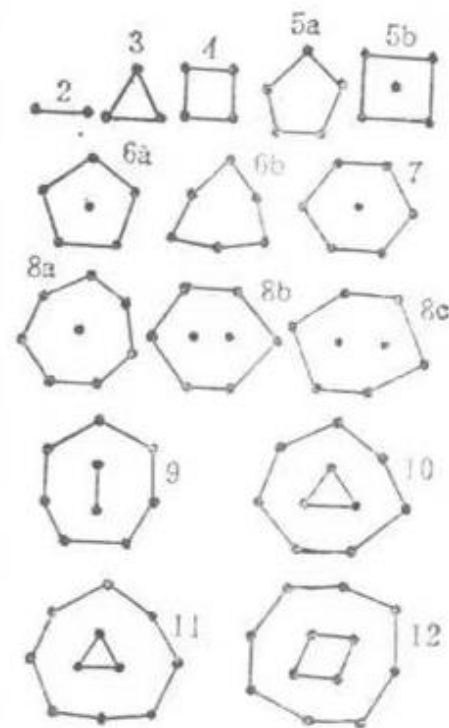
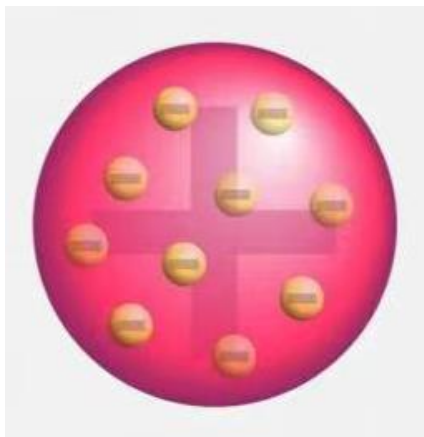
- 达到平衡时, 油滴达到一个收尾速度 v_e , 阻力和浮力平衡重力:

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 g + ek V/l = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g + 6 \pi \eta r v$$

- 测量收尾速度 v_e , 得到 $ek = \frac{l}{V} \left[6\pi\eta r v_e + \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho_0) g \right] = \frac{6\pi\eta r l}{V} (v_e + v_g)$

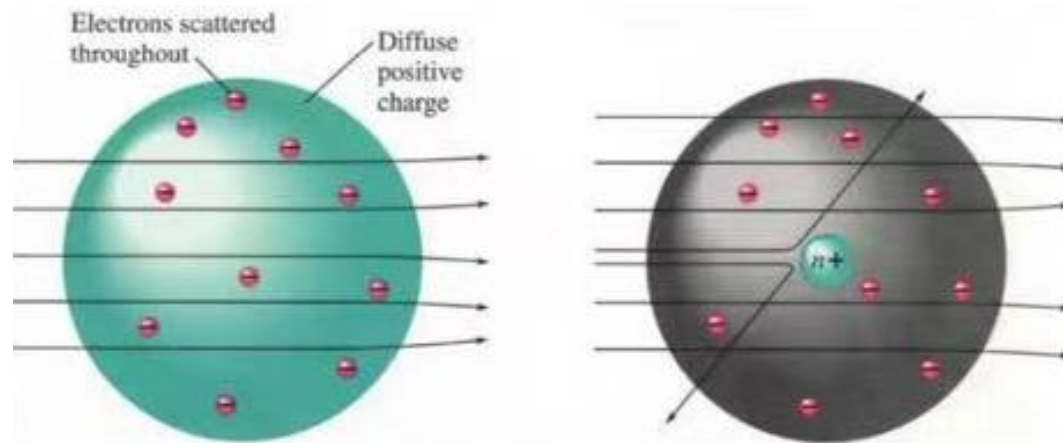
• 1.4 Thomson 原子模型：梅干布丁模型

- 原子中带正电的物质均匀分布在原子空间内, 而 Z 个电子处在平衡位置上.
- 电子围绕原子中心做谐振, 辐射电磁波.
- 满足电中性和稳定性要求, 可以定性解释辐射特性.



• 2.1 Rutherford 原子模型: α 粒子散射实验

- α 粒子散射实验给出, 约有 $1/8000$ 的粒子能发生大于 90° 的散射.
而Thomson原子模型给出的估计是, 此概率为0(max: 10^{-261}).
→ *Thomson模型不准确?*
- Rutherford: 假使正电荷集中在原子中心很小的区域内, 则大角度散射概率大大增加.
他将这一小区域称作原子核, 体积极小但电荷量很大, Z 个电子绕之转动.



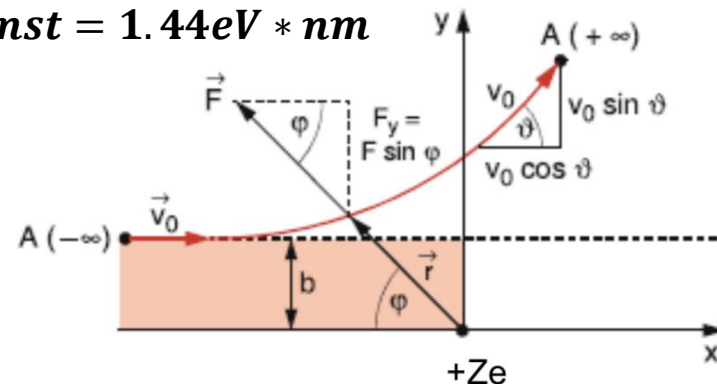
• 2.2.1 Rutherford 原子模型: Rutherford散射公式的假设与近似

1. **忽略核外电子的作用.** 由于电子质量远小于原子核质量, 且电子质量远小于 α 粒子的质量, 所以忽略对散射的影响.
2. **粒子和原子核视作点电荷, 只有库伦相互作用.**
3. **大角度散射看作单次散射的结果.** 大角度散射 \Leftrightarrow 散射粒子和靶粒子核相距很近时才发生 \Leftrightarrow 散射粒子接近两个靶粒子核的机会很少.
4. **靶粒子核不动.** 近似认为散射过程中对实验室参照系静止不动.

• 2.2.2 Rutherford 原子模型: Rutherford 散射公式梳理

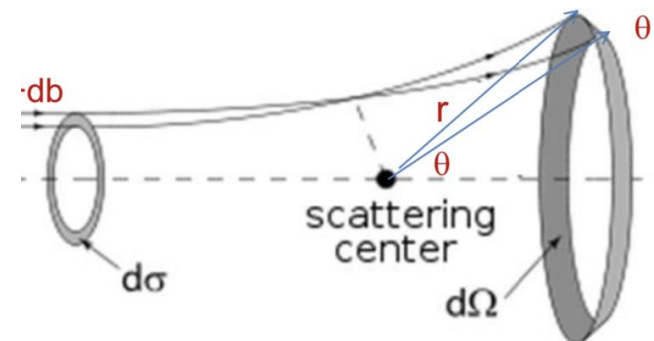
1. 速度垂直分量的变化+能量守恒+角动量守恒=库仑散射公式:

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2b}{D}, \text{ where } D = \frac{e^2}{4\pi\epsilon} \frac{2Z}{\frac{1}{2}mv^2} = \text{Const} * \frac{2Z}{E}, \text{ where Const} = 1.44\text{eV} * \text{nm}$$



2. 探测器张角 $\theta+d\theta$ 和散射粒子的瞄准距离 $b+db$ 一一对应 \Leftrightarrow 一个 α 粒子落到以 b 和 $b+db$ 为半径的圆环面积 $d\sigma$ 中, 就散射到对应的 θ 内:

$$d\sigma = 2\pi b|db| = \text{库仑散射公式} = \frac{\pi D^2}{4} \frac{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right)} d\theta$$



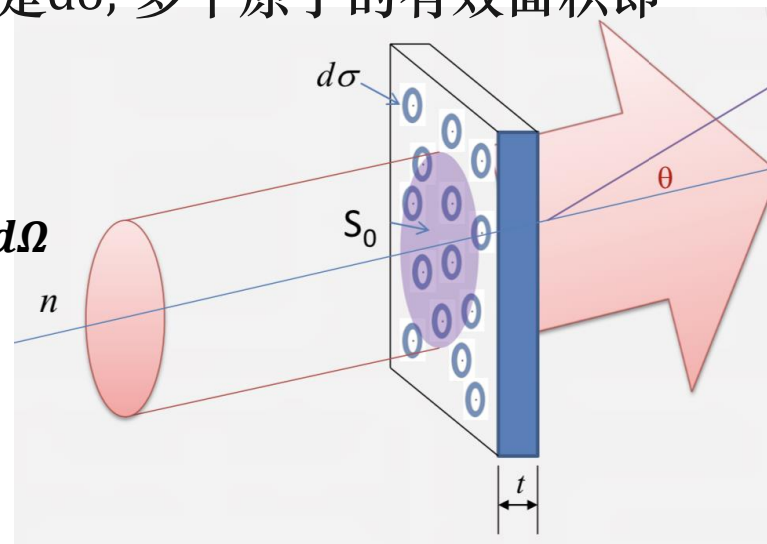
• 2.2.2 Rutherford 原子模型: Rutherford 散射公式梳理

3. 将立体角 $d\Omega = \frac{dS}{r^2} = 2\pi \sin\theta d\theta = 4\pi \sin(\frac{\theta}{2}) \cos(\frac{\theta}{2}) d\theta$ 带入, 得到 **微分散射截面**, 用来表征 α 粒子散射到 θ 角方向上单位立体角的概率:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \text{Const}^2 \left(\frac{2Z}{4E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}, \quad \text{where } \text{Const} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon} = 1.44 \text{eV} \cdot \text{nm}$$

4. 拓展到多个原子, 对一特定的 b , 单个原子的有效散射面积是 $d\sigma$, 多个原子的有效面积即 $N S_0 t d\sigma$, 则概率可表示为 **有效面积/总面积**:

$$\frac{dn}{n} = \frac{d\Sigma}{S_0} = \frac{N S_0 t d\sigma}{S} = N t d\sigma = N t \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$



• 2.2.3 Rutherford 原子模型: Rutherford散射公式的困难

需要注意, 前述Rutherford散射公式的近似与假设, 每一条都会带来不准确.

例如小角偏差: θ 角很小时, 微分散射截面发散 $\Leftrightarrow d\Omega$ 内散射粒子数积分, 一定大于总粒子数 n , 这是荒谬的. 事实上:

1. 忽略了核外电子的屏蔽效应. θ 小 $\Leftrightarrow b$ 大. 而 b 大于原子大小时, 原子呈电中性, 根本不会发生库仑散射.
2. 忽略了多次散射. 多次散射带来的统计效果是小角以 \sqrt{N} 增强.

• 2.2.3 Rutherford 原子模型: Rutherford散射公式的困难

需要注意, 前述Rutherford散射公式的近似与假设, 每一条都会带来不准确.

又例如大角偏差: θ 角很大时, 180° 附近的十分之几度内, 散射实验值比Rutherford公式给出的值增大1~2倍. 事实上:

忽略了两次散射均接近原子核的概率. 双原子散射模型.

• 2.3 Rutherford 原子模型: Rutherford行星模型

- 可以解释 α 粒子散射实验
- 不能确定原子的大小: 对绕核半径 r 没有限制, 而原子大小 $\sim 10^{-10}\text{m}$
- 原子不稳定: 做圆周运动的核外电子辐射电磁波, $E \downarrow$, 绕核半径 $r \downarrow$, 原子坍缩.
- 不能解释分立的原子光谱

1901, Planck黑体辐射→量子论



1913, Bohr原子模型