DOI:10.19603/j.cnki.1000-1190.1997.04.024
第 31 卷第 4 期　华中师范大学学报(自然科学版)　Vol.31 No.4
1997 年 12 月　JOURNAL OF CENTRAL CHINA NORMAL UNIVERSITY(Nat. Sci.)　Dec. 1997

混沌学的历史和现状*

邓宗琦
(华中师范大学,武汉 430079)

摘　要　对混沌学 20 年来的发展状况进行回顾和评述.共分 6 个部分:1.关于混沌的定义;2.关于混沌的思想渊源;3.关于混沌的基本特征;4.关于混沌系统的控制;5.关于混沌学的传播;6.关于混沌学的展望.

关键词　混沌学;历史;现状;展望

中图分类号　N09; N13

我国著名的混沌学家、中国科学院院士郝柏林指出:"混沌,这个在中外文化渊源悠久的词儿,正在成为具有严格定义的科学概念,成为一门新科学的名字,它正在促使整个现代知识体系成为新科学."他还指出:"越来越多的人认识到,这是相对论和量子力学问世以来,对人类整个知识体系的又一次巨大冲击.这也许是 20 世纪后半叶数理科学所做的意义最为深远的贡献."[1]

作为一门新科学的混沌学(Chaology),一般认为始于李天岩和约克(Yorke)的著名论文"周期 3 蕴含混沌",因为正是在该文中"混沌"(Chaos)首次被作为科学词儿使用.该文在《美国数学月刊》上正式发表是 1975 年 12 月.20 年来,混沌学作为一门新科学传播速度之快,波及空间之广,恐怕是前所未有的.李天岩和约克的论文发表后大约过了 10 年,国际上便形成了一支可观的混沌学专家队伍.与此同时,许多研究中心与研究所则专门冠之以"非线性动力学"、"非线性科学"、"非线性数学"等名称.本文将对混沌学 20 年来的发展状况进行回顾和评述.

1　关于混沌的定义

什么是混沌?自然科学界、哲学社会科学界等都有具自己学科色彩的解释.如:混沌是非周期的有序性;混沌是蕴含着有序的无序运动状态,是有序和无序的对立统一,是从有序中产生的无序状态.又如:混沌是一个简单的决定论系统表现出来的一种随机反复的性态;混沌是不规整的不可预测的,来自决定论的非线性动力学系统的性态.再如:混沌是决定论系统有限相空间中高度不稳定的一种运动.

一般地,混沌可这样来描述:它是从有序中产生的无序运动状态,无序来自有序,无序中蕴含着有序,有序和无序是对立统一的,高一层次上是有序的,而低一层次上是无序的.

人们知道,作为数学概念不能停留在直观的描述上.下面我们按时间顺序介绍"混沌"作为数学概念的定义.

收稿日期:1997-09-08.作者:男,60 岁,教授.
* 国家数学天元基金资助课题.

1983 年 Singberg[5]依据李天岩和约克的定理提出了如下定义:

定义 1　设 $I = [a,b]$,假定从 $I \times \mathbf{R}$ 到 I 的映射 F:

$$(x,\lambda) \mapsto F(x,\lambda),\qquad x \in I,\ \lambda \in \mathbf{R} \tag{1}$$

或

$$x_{n+1} = F(x_n,\lambda),\qquad x_n \in I,\ \lambda \in \mathbf{R} \tag{2}$$

是连续的,其中 λ为单参数.映射 F 称为是混沌的,若

(i) 存在一切周期的周期点;

(ii) 存在不可数的非周期点集 S,$S \subset I$ 且

$$\lim_{n\to\infty} \inf |F^n(x,\lambda) - F^n(y,\lambda)| = 0,\qquad x,y \in S,\ x \neq y;$$

$$\lim_{n\to\infty} \sup |F^n(x,\lambda) - F^n(y,\lambda)| > 0,\qquad x,y \in S,\ x \neq y;$$

$$\lim_{n\to\infty} \sup |F^n(x,\lambda) - F^n(p,\lambda)| > 0,\qquad x \in S,\ p \text{ 为周期点}$$

成立,这里 F^n 是 F 的第 n 次迭代.

这个定义一般只适用于一维的情形.

1986 年 Devaney[6] 给出了较一般的定义:

定义 2　设 V 为一个集合,映射 $f:V \to V$ 称为在 V 上是混沌的,若下列条件成立:

(i) f 是拓扑传递的;

(ii) 周期点在 V 中稠密;

(iii) f 对初始条件的依赖是敏感的.

关于这个定义,一些学者发现其中的一些条件是多余的.Banks 等人[7] 首先证明,在任一度量空间 V 中,(i) 和(ii) 可导出(iii).而 Assaf 和 Gadbois[8] 又指出,对一般的映射,此为仅有的多余,即(i) 和(iii) 导不出(ii);(ii) 和(iii) 导不出(i).1994 年 Vellekoop 和 Berglund[9] 证明,若考虑区间上的映射,仅(i) 就可以了,即拓扑传递性等于混沌.1995 年 Crannell[10] 又作了进一步讨论.

1987 年周作领[11]从另一角度给出了如下定义:

定义 3　对于度量空间(X,d) 中的连续映射f,若存在X 的不可数子集S 含于f 的非游荡集,且对任意 $x,y \in S$ 有$\lim\limits_{n\to\infty} \inf d(f^n(x),f^n(y)) = 0$,另外当 $x \neq y$ 时还有

$$\lim_{n\to\infty} \sup d(f^n(x),f^n(y)) > 0,$$

则称f 是混沌的.

周作领依据这个定义证明了有正的拓扑熵的系统以及存在位移自同构或横截同宿点或斯梅尔马蹄的系统都是混沌的.

从这些定义中可以发现:混沌系统(存在混沌的系统) 是由确定性的方程描述的,不含随机项;系统具有拓扑传递性.

2　关于混沌的思想渊源

"混沌",正如郝柏林院士指出的那样,渊源悠久.在中国的历史文献中"混沌"多处出现."混沌"又作"浑沌",有圆浑、质朴、敦厚、醇粹、温纯、混浊、无分、元始等含义.《庄子》中说到的"浑沌"作中央之帝,很可能是他设想的宇宙生成的一个阶段;当然,也有可能是他主观精神的状态.《易纬·乾凿度》中说,"太易者,未见气也.……气似质具而未相离,谓之混沌."昆仑山在

《山海经》中是神仙,名字也叫"混沌".周人称颂祖考,也喜欢用"混沌".庄子以混沌说大道的地方更多.老子的"道"亦有混沌之意.道家认为,"道"即自然,自然的存在和演化方式就是混沌.《西游记》一开头便诗曰:"混沌未分天地乱,茫茫渺渺无人见".还可以在古籍中找出更多的叙说.

在西方的许多文献中也有类似的说法.如:在《圣经》中将天地刚刚开辟后的状态称之为混沌;在希腊哲学家看来,世界在本质上是从混沌中产生出来的;歌德笔下的浮士德的行为有混沌的色彩.

在近代,也有许多人用"混沌"这个词儿.例如,张君励 1946 年在《醒》这个杂志上发表的文章中提到:"二十年来之中华民国,有政府而实无政府,有制度而实无制度,混沌而已".

在当代,使用"混沌"这个词儿的地方随处可见.例如,文学杂志《清明》1989 年第 5 期上有一篇文章中写道:"杭敏混沌的大脑陡然了一下,浑身再次打了个激凌……"

显然,以上一些说法,均不是今天科学名词"混沌"之同义,但也不能说,没有一点渊源.

从学术思想渊源看,1889 年庞加莱就证明了不可积系统的存在性.1949 年Van der Pol研究振子时发现了与混沌类似的现象.Feimi 等人于 50 年代初在实验中亦发现了混沌现象.Krylov 亦发现了弹性碰撞动力学系统中的指数不稳定性.1953 年 Gowarod 和 Hine 通过计算机证明,粒子运动可以从有规则运动转变为混沌运动.Belonsov 和 Zhabotinski 在进行著名的 BZ 反应实验时,发现了化学反应从有序到混沌的转变.1954 年柯尔莫哥洛夫(Kolmogolov)对解析哈密尔顿系统的椭圆周期轨道进行了分析,发现了充分接近可积哈密尔顿系统的一类不可积系统.这类系统可看作是可积系统受到扰动所致.若扰动小则其图像接近可积系统;若扰动足够大,则其图像转为混沌.Arnold 给出了柯氏论断的证明,而 Moser 又给出了改进的柯氏论断并独立地进行了证明.这就是著名的 KAM 定理(由三位姓中第一个字母组成).1964 年 Arnold 进一步发现了哈密尔顿扰动系统中的随机运动——Arnold 扩散.

1960 年初上田皖亮在研究 Duffing 方程 $x + kx + x^3 = B\cos t$ 时,发现当参数 $k = 0.05$, $B = 7.5$ 时方程解的轨迹,在 t 很大时会乱七八糟地走一通,毫无规律可言,后来人们称之为"上田吸引子"(Veda Attractor).

1963年,气象学家洛伦兹(Lorenz)借助于运算速度为每秒 17次的计算机,发现"确定性的非周期流"的存在是长期预报天气失败的基本原因.其实他的贡献远远不止于此.他在耗散系统中发现了混沌,发现了奇怪吸引子,从而提供了混沌研究的模型并开创了用数值方法研究混沌的先河.

1971 年 Ruelle 和 Takens 通过严密的数学分析独立地发现了奇怪吸引子,并提出了描述湍流形成机理的新观点.这实质上说明,与奇怪吸引子相关的运动是混沌运动.

人们只要细心回顾一下科学史就不难发现,自然界虽然只有一个,但描述自然界的数学方法却有确定论和概率论两种.确定论描述的范例是开卜勒的行星运动的三定律及牛顿力学的三定律.概率论描述的范例是布朗运动.随着科学的发展,人们发现这两种描述在认识论上存在极为深刻的差异.

混沌现象的发现,混沌学的建立,有力地帮助人们理解这种差异的原委.有些确定论的系统,不加任何随机因素的干扰就可以出现与布朗运动类似的行为,这就是混沌现象.混沌现象主要是非线性系统的长时间演化的行为.非线性数学是从数学角度去描述非线性系统,然后研究它在演化过程中出现的各种性态,尤其是各种共性.这就是混沌学的任务.

3 关于混沌的基本特征

混沌现象不断被人们发现,几乎处处有混沌! 在自然界中,在社会经济生活中,在人体里都存在混沌现象.正因为如此,混沌成了各个领域的科学家共同的研究领域.当然,来自不同领域的科学家往往从不同的角度去探讨混沌的基本特征.

首先被发现的混沌的基本的、最明显的特征是对初始条件的敏感性,或者称为"蝴蝶效应".意思是说,今天一只蝴蝶在北京的上空拍动一下空气,就可能会使下个月的纽约有一场暴风雨的来临.这种说法来源于一篇文章的题目"在巴西的一只蝴蝶的翅膀扇动会引起一场在德克萨斯州的龙卷风吗".气象系统实际上是一个典型的混沌系统.正是由于气象系统的敏感性,长期天气预报难于准确.

为了说明这一特征,我们举出如下的极为简单的例子.

考虑一维映射(俗称面包师映射):

$$x_{n+1}=\begin{cases}2x_n, & \text{当 } 0\leqslant x_n<1/2 \text{ 时};\\ 2x_n-1, & \text{当 } 1/2\leqslant x_n\leqslant 1 \text{ 时}.\end{cases} \tag{3}$$

这是一个混沌系统且对初始条件具有敏感性.事实上,我们有序列

$$x_0,\ x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n,\ \cdots, \tag{4}$$

这里 x_0 是初始状态.序列演化依据初始条件的不同会出现 3 种形态:

1) 当 x_0 是分母为 2^n 的有理数(n 是整数)时,$x_n\to 0$ $(n\to\infty)$.例如,取 $x_0=x_{01}=\frac{13}{28}\left(1-\frac{1}{2^{3000}}\right)=\frac{13(8^{999}+8^{998}+\cdots+1)}{2^{3002}}$,则 $x_{3002}=0$.

2) 当 x_0 是分母不为 2^n 的有理数时,序列有周期解.例如,取 $x_0=x_{02}=\frac{13}{28}$,则有

$$x_0=\frac{13}{28},\ x_1=\frac{13}{14},\ x_2=\frac{6}{7},\ x_3=\frac{5}{7},\ x_4=\frac{3}{7},\ x_5=\frac{6}{7},\ x_6=\frac{5}{7},\ x_7=\frac{3}{7},\cdots.$$

当 n 充分大以后,序列在$\frac{6}{7},\frac{5}{7},\frac{3}{7}$ 之间来回跳动,这就是李天岩和约克所说的周期 3.

3) 当 x_0 是无理数时,不难发现,序列(4)既不趋向于零也不趋向于周期解,这种状态正是混沌状态.例如,取 $x_0=x_{03}=\frac{13}{28}\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{2^{3000}}\right)$,则 x_n 便在(0,1)内到处游荡,无以为"家",毫无规则可言.

不难看出,x_{01},x_{02},x_{03} 作为初始值相差极小,但到 x_{3002} 以后,x_{01} 对应于 0,x_{02} 对应于周期 3,而 x_{03} 对应于乱七八糟的序列.这种敏感性是许多非线性系统所特有的性质.从微分方程解的性态上首先发现这种特征的是庞加莱.这种特征用形象化的语言来说,就是"失之毫厘,差以千里".

第二个特征是所谓"普适性".世界的本质只有通过非线性数学模型才能较准确地进行描述.人们知道,任何一个系统与另一个系统的相互作用都是双向的,从而会出现非线性项.但古典力学中,常常采取忽略的办法.随着研究的深入和精细,人们开始重视探索不可避免遇到的非线性现象.非线性现象的普适性是结构性特征.

按照哈密尔顿的数学形式,非线性动力系统划分为可积和不可积两类.力学系统、生态系统、生命系统等一般是不可积系统.另外有一些系统则是可积系统.例如孤立子波,它代表一种

能量比较集中的波,在传播中具有相当稳定的形态,即使有两个孤立子波相互作用,过一段时间后,它们还会分开来并保持原来的形态. 也就是说,其结构是相当稳定的. 还有等离子体、光信号传输、高分子化合物等系统是可以用微分方程描述的且是可积的,并可用反散射方法解出柯西问题和作出孤立子解,或用贝克隆变换作出精确解,从而形成对一大类方程均有效的数学方法,这是一个普适类,称为可积普适类.

再一个普适类是数量化的,即存在普适常数,称为测度普适类. 同一映射或迭代在不同测度层次之间结构性态只依赖于非线性函数的性质. 例如著名的生态学模型

$$x_{n+1} = \mu x_n(1 - x_n), \tag{5}$$

生物数学家 May 对其作了深入研究. 他的不朽论文是"表现非常复杂的动力学的简单数学模型". (5) 中 μ 的重要性在于它描述了非线性程度,可以戏剧性地改变系统的性态,在国际上对混沌的研究产生过巨大影响. (5) 是一个确定性系统. x_n 表示某种生物的第 n 年的增长率, μ 在 $[0,4]$ 上取值, x_n 在 $[0,1]$ 上取值. 现已证明,当 $\mu = 2$ 时, $x_n \to 0.5$,叫周期1解;当 $\mu = 3$ 时, (5) 的解的图像发生叉型分枝;当 $\mu = 3.2$ 时, x_n 在 0.513 和 0.799 两个值上跳动,叫周期2解;当 $\mu = 3.5$ 时, x_n 在 0.152, 0.879, 0.373, 0.823 四个值上来回跳动,叫周期4的解. $\{x_n\}$ 是分布在 $[0,1]$ 上的随机数. 系统虽有随机性,但却有两个常数:一个是

$$\delta = 4.669201660910299\cdots;$$

另一个是

$$\alpha = 2.502907895892548\cdots.$$

这两个常数称为混沌学奠基性常数,是由费根鲍姆(Feigenbaum)于1978年发现的[16],也称为费根鲍姆常数. 费根鲍姆是在研究(5)时,发现倍周期分枝过程以及分枝值所遵守的一个规律,从而得到 δ 的. 他还发现刻划标度率的常数 α 不过这两个常数的严格的数学证明是由兰福德(Lanford)作出的[17].

为了说明 δ, α 的来由,我们对(5)再作点讨论. (5)不仅有周期4的解,还有周期8的解,…,周期 2^n 的解(n 是任意自然数). 每一次分叉都是一分为二,称为分枝点. 周期不稳定分枝出周期2,周期2不稳定分枝出周期4,…. 细心且聪明过人的费根鲍姆特别注意到了下面的比值:

$$\delta_n = \frac{\mu_n - \mu_{n-1}}{\mu_{n+1} - \mu_n}.$$

当周期4不稳定分枝出周期8, $\mu_n = 3.54090359$ 时, $\delta_n = 4.656251$;当周期8不稳定分枝出周期16, $\mu_n = 3.564407266$ 时, $\delta_n = 4.668242, \cdots$;当周期128不稳定分枝出周期256, $\mu_n = 3.569934019$ 时, $\delta_n = 4.669059869\cdots$,当 $\delta_n \to \delta$ 时,系统出现混沌,相对应的是 $\mu_n \to \mu_c$,这个 μ_c 称为混沌区开始的值[18].

费根鲍姆还发现与分枝有关的几何特征,在每次分枝后,几何图像都在缩小并有一个缩小因子. 这个因子的极限就是另一个普适常数 α 费根鲍姆通过计算发现 $x_{n+1} = r\sin(\pi x_n)$ 与 $x_{n+1} = \mu x_n(1 - x_n)$ 得到相同的普适常数.

这个数量化的特征的发现对奠定混沌学作为一门科学的地位是十分重要的. 费根鲍姆从此也名声遍誉全球.

自相似性是混沌系统的第三个特征. 有一类混沌系统的部分与整体具有某种相似性. 这是混沌系统的无序中蕴含有序的几何特征,也是混沌与混乱的本质区别之一. 混沌系统是十分复杂的系统,但这种复杂性是由简单性演化而来的. 简单性对应着确定性. 混沌系统有无穷的内

部几何结构,呈现着高度有序的微观结构,是无穷嵌套的自相似.

第四个特征是拓扑可传递性.这是最本质的特征.所谓一个系统是拓扑可传递的,若 U 和 V 是度量空间 $\{X, f\}$ 中的两个开子集,且存正整数 n,使 $U \cap f^n(V) \neq \varnothing$.例如系统 $[[0,1], f(x) = \min\{2x, 2-2x\}]$ 是拓扑可传递的.事实上,因为

$$f(x) = \min\{2x, 2-2x\} = \begin{cases} 2x, & 0 \leqslant x < 1/2, \\ 2-2x, & 1/2 \leqslant x \leqslant 1, \end{cases}$$

设 Y 是 $[0,1]$ 内的任一开子集,则存在一个 $B^0 = (x-\varepsilon, x+\varepsilon)$,使 $B^0 \subset Y$,其中 $x \in (0,1)$,ε 是充分小的正数.我们可以将 B^0 表成

$$B^0 = \left(\frac{1}{2}+\varepsilon_1, \frac{1}{2}+\varepsilon_2\right), \qquad \frac{1}{2} \geqslant \varepsilon_2 > \varepsilon_1 \geqslant -\frac{1}{2},$$

其中 $\varepsilon_1 = x - \varepsilon - \frac{1}{2}$,$\varepsilon_2 = x + \varepsilon - \frac{1}{2}$.从而

$$|B^0| = \varepsilon_2 - \varepsilon_1, \quad |f(B^0)| = 2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) = 2|B^0|.$$

由于 $f(I) \subset I = [0,1]$,因此存在充分大的正整数 n 使

$$|f^n(B^0)| = 2^n |B^0| > 1 - |U|.$$

这里 U 是 I 内的另一个开子集.又 $f^n(B^0) \subset f^n(Y)$,故有 $|f^n(Y)| > 1 - |U|$,亦即 $f^n(Y) \cap U \neq \varnothing$.这就证明了所给系统是拓扑可传递的,从而也证明了该系统是混沌系统.这个系统是由著名的生态系统

$$x_{n+1} = 4x_n(1-x_n)$$

作变换

$$x_n = \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot y_n\right), \qquad 0 \leqslant y_n \leqslant 1$$

而得到的.事实上,

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot y_{n+1}\right) = 4\sin^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot y_n\right)\left(1 - \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot y_n\right)\right) = \sin^2\left(2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} \cdot y_n\right)\right),$$

从而

$$y_{n+1} = \begin{cases} 2y_n, & 0 \leqslant y_n < 1/2, \\ 2(1-y_n), & 1/2 \leqslant y_n \leqslant 1. \end{cases}$$

混沌系统具有正的 Liapunov 指数,这是第五个重要特征.Liapunov 指数是针对系统的运动轨道而言的,是与轨道近旁的相空间在不同方向上收缩和扩张的特性有关的平均量.无论从空间还是从时间的意义上讲,Liapunov 指数都不是局部的量.每个 Liapunov 指数均出自相空间各个方向上相对于系统运动的局部变形的平均,同时又都是由系统的长时间演化决定的.每一个正指数反映了在某个方向上不断伸张和折叠,以致吸引子上本来临近的状态突然又被拉开,从而系统初始的任意不确定性将导致系统长时间行为的不可预测性.这种吸引子被称为奇怪吸引子,一般只在耗散系统中才会出现.研究发现,混沌系统若是四维的,则奇怪吸引子的奇怪程度可分为:

$(+,+,0,-)$,称为最怪,即指数有两个是正的,有一个是负的;

$(+,0,0,-)$,称为次怪,即指数有一个是正的,有一个是负的;

$(+,0,-,-)$,称为再次怪,即指数有一个是正的,有两个是负的.

4 关于混沌系统的控制

混沌系统的特征表明,无法精确预测混沌系统的长时间的行为.但是新近研究表明:混沌系统是可以控制的,可以利用的.混沌已被用来增强激光器的功率;调整电子线路的输出,使之同步;控制化学反应的波动;稳定动物心脏的异常心律;编码电子信息以保证通讯安全.

我们知道,混沌系统的行为是许多有序行为的集合.若以适当的方式干扰一个混沌系统,就能促使该系统的某种有序行为起主导作用,从而使其不同行为之间进行转换.

另一方面,混沌系统长远行为不可预测,但它是确定的.如果两个极为相似的混沌系统受到同一信号驱动,可以产生相同的输出.这是实验已证实的.它可以产生新的通讯技术.

用数学描述的混沌系统中有状态变量和参数.状态变量组成状态空间.状态空间中的一个点代表系统在某一时刻的一个状态.当系统发生变化时,它就在状态空间中的各点之间发生移动,定义出一条轨线.混沌系统在状态空间的轨线十分复杂,但并非随心所欲.可以让其通过某些区域而避开一些区域,例如把它拉向混沌吸引区.吸引区总是保持不变的.因此,只要搞清混沌吸引区,就可以设法将混沌系统控制到混沌吸引区.

控制混沌系统的关键之一在于认识到混沌吸引区是一个不稳定的周期行为的无穷集合,或者说是一些不稳定周期轨道的集合.当混沌系统的参数被改变时,混沌吸引区也要发生迁移.因此可以通过控制参数产生所需要的吸引区.这个过程很像在马鞍上平衡一个玻璃球.如果这颗玻璃球一开始是置于马鞍中央,它趋于向两侧滚动.为了让其不动,就需迅速摆动马鞍.混沌吸引区迁移的道理是类似的.控制混沌系统并不容易,但实验证明可以在一个相当简单的系统中成功地控制混沌[20].

混沌控制的首项技术是在生物系统中实现的.先是在一只兔子心脏上试验,并取得了成功.有人预测,在不久的将来,有可能研制成采用混沌控制技术的心脏整律器和去纤维颤动器[21].

5 关于混沌学的传播

以混沌作为研究对象的学科,称为混沌学.混沌学的出现不仅是新理论的诞生,而且是对旧观念的革命.人们知道,混沌学大厦的许多闪光的砖瓦是庞加莱、马克斯威尔、爱因斯坦的贡献,由于当时无人理解,被埋没了相当长一段时间,几乎被人遗忘.事实上,最初只有少数"高水平"的学者注意到,无法交流,自然也无法传播开来.数学家的发现,通常只有极少数数学家知道;而物理学家的发现,也通常只有极少数物理学家知道.洛伦兹关于气象系统的惊人发现,数学家们是在10年后才知道,其论文起初每年只被引用约1次,而80年代后每年被引用100次以上! 由此可见,学术交流与传播变得与学术思想产生同样重要;只产生学术思想而不传播等于不产生!

传播新的学术思想有"名人效应"已是累见不鲜.混沌学的传播又是一个好例子.约克早在1972年就注意到洛伦兹的文章,并要他当时的博士生李天岩去研究,不久便得到混沌学的极为重要的结果.但他们写成的论文投到《美国数学月刊》却很快被退回.新科学诞生的机遇终于到了! 1974年5月大名鼎鼎的应用数学家May到美国马里兰大学(约克和李天岩在这所大学)讲学.就在结束讲学即将上飞机时May看到了他们的论文.他大为吃惊,因为该论文解释了他的"混沌"疑问! 从此,May到处讲述李天岩和约克的定理,并使得其论文顺利地发表在

《美国数学月刊》上,混沌学从此得到迅速传播.

学术会议是学术思想传播的极为有效的形式.第一次混沌学会议是 1977 年在意大利的小城科莫召开的,有 100 多人参加.1979 年召开了第二次混沌学会议,出席会议的各方学者有数百人,从而大大加速了混沌学术思想的传播.

科学思想传播的巨大动力是它的广泛应用性.混沌迅速传播到各个领域的科学家是一个极好例证.如:早在 1977 年麦基与格拉斯就在《科学》上发表了题为"生理控制系统中的振荡与混沌"的论文;1979 年他们又提出"动力学疾病"的概念,指出这种病是控制参数失去正常范围所造成的.他们首先研究呼吸节律,通过希尔方程,引入逻辑斯蒂方程进行处理,得到与实际十分相符的结果.他们还发现,血液病通过这个方程的分枝解可以在两种情况下出现混沌.《美国医学协会杂志》1992 年 4 月号载文说,衰老的一个标志是心跳、血压和脑电图缺少混沌现象.在未来,混沌技术会跟听诊器一样,将成为医生们的重要帮手.

用混沌学的理论与方法对经济、社会现象进行研究,同样得到了十分可喜的成果.有人估计,混沌理论应用于科技产品的设计,将成为下个世纪产品设计的主流.地质学家用混沌理论来预报地震.1991 年美国科学家用混沌理论预测到了墨西哥利马火山的爆发.混沌理论已在图像压缩与贮存、计算机与信息处理、经济预测、家用电器及控制工程学等方面开始得到应用,如预测长、短期利率与汇率动向的计算机软件已商品化.可以说,混沌学吸引了众多的科技专家、经济学家、社会学家等的注意力.混沌学也因此而在科技界、哲学社会科学界得到迅速传播.1991 年由联合国大学和东京大学共同召开了"混沌学对科学和社会的影响"的国际会议又是一个例证.可以预料,混沌学将带来一个新的社会科学模式.

混沌学在中国也得到了迅速的传播.郝柏林、钱敏、孙义燧、陈平等都做出了重要的贡献.郝柏林在《物理学进展》1983 年第 3 期上发表的长篇论文"分岔、混沌、奇怪吸引子、湍流及其它",是在中国传播混沌学的最重要的文献之一.卢侃、孙建华编译的《混沌学传奇》以及张彦等人翻译的詹姆斯·格莱克的《混沌学—— 一门新科学》,对混沌学的广大非专业研究人员,无疑会起到广泛的传播作用.近 10 年来许多报刊也不断报导混沌学应用的消息.

近 20 年已发表的关于混沌学的学术论文上万篇,专著、论文集数百部.1991 年由郝柏林编辑的一本文集列出了 269 本关于混沌学的书和 7157 篇文章的目录[24].

由于混沌学对人类社会影响的极端重要性,混沌无处不在,因此,著名科学家 May 认为,必须向一般中学生讲授混沌,即通过教育传播的渠道,把混沌学作为数学教学的内容.这也是可能的,因为描述生态系统的差分方程对一个初中生来说也是容易弄懂的,况且这样可使他们搞清楚世界的本质是非线性的.

6 关于混沌学的展望

混沌学作为一门科学毕竟只有 20 余年,因此远未成为一门成熟的科学.人们记得,19 世纪末凯莱曾致力于研究复的牛顿迭代法,1930 年左右朱莉亚(Julia)和法都研究了复多项式和有理函数的迭代并发明了朱莉亚集.但是,直到 1980 年并没有什么进展,这一年曼德尔布诺特(Mandlbrot)用计算机绘出了第一张曼氏集的图像.今天,这个集成了混沌学的公认的标志,混沌图像也成为极精致的工艺品,并一度风靡全世界.可以断言,混沌的应用前景无限广阔.

混沌学毕竟是"年轻"的,许多理论问题没有弄清楚,有待人们去探索.学者们都认为,非线性科学的基础是非线性数学,而非线性数学的发展又决定混沌学的未来.混沌学改变了天文学

家看待太阳系的方式,改变了企业保险决策方式,改变了分析国际紧张局势的方式,…….可以预料,混沌学最终将成为人类观察整个世界的一个基本观点,将对人类思维起到解放的作用!

参 考 文 献

1 詹姆斯·格莱克著.混沌——开创新科学.张淑誉译.上海:上海译文出版社,1990.
2 Li T Y, Yorke J A. Period three implies chaos. Amer Math Monthly, 1975, **82**: 985~992
3 卢 侃,孙建华.混沌学传奇.上海:上海翻译出版公司,1991.
4 陈式刚.混沌:一种普遍的运动形式.百科知识,1989(10):49~52
5 Singberg H W. Chaotic difference equations: generic aspects. Trans Amer Math Soc, 1983, **279**:205~213
6 Devaney R L. An Introduction to Chaotic Dynamical Systems. The Benjamin/Cummings Publishing Co Inc, 1986.
7 Banks J, Brooks J, Cairns G, et al. On Devaney's definition of chaos. Amer Math Monthly, 1992, **99**:332~334
8 Assaf D, Gadbois S. Definition of chaos. Letter in Amer Math Monthly, 1995, **99**:865
9 Vellekoop M, Berglund R. On intervals, transitivity = chaos. Amer Math Monthly, 1994, **101**:353~355
10 Crannell A. The role of transitivity in Devaney's definition of chaos. Amer Math Monthly, 1995, **102**:788~793
11 周作领.紊动与全紊动.科学通报,1987, **32**(4):248~250
12 庞 朴.黄帝考源.新华文摘,1993(8):72~78
13 Lorenz E N. Deterministic non-periodic flows. J Atmos Sci, 1963, **20**(2):130~141
14 卢 侃,孙建华,欧阳容百,等.混沌动力学.上海:上海翻译出版公司,1990.
15 May R M. Simple mathematical models with very complicated dynamics. Nature, 1976, **261**:459~467
16 Feigenbaum M J. Quantitative universality for a class of non-linear transformations. J Stati Phys, 1978, **19**:25~52
17 Lanford O E. A computer-assisted proof of the Feigenbaum conjectures. Bull Amer Math Soc, 1982, **6**(3):427~434
18 刘式达,刘式适.非线性动力学和复杂现象.北京:气象出版社,1989.141~145
19 Mandlbrot B著.分形——自然界的几何学.王继振译.世界科学,1991(11):1~4
20 Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos. Physical Review Letters, 1990, **64**(11):1196~1199
21 Garfinkel A, Spano M L, Ditto W L, et al. Controlling cardiac chaos. Science, 1992, **257**: 1230~1235
22 郝柏林.分岔、混沌、奇怪吸引子、湍流及其它.物理学进展,1983(3):329~416
23 詹姆斯·格莱克著.混沌学——一门新科学.张 彦,等译.北京:社会科学文献出版社,1991.
24 郝柏林.从抛物线谈起.上海:上海科技教育出版社,1993.

THE HISTORY AND PRESENT SITUATION OF CHAOLOGY

Deng Zongqi
(Central China Normal University, Wuhan 430079)

Abstract This paper reviews the development of chaology in the last 20 years. Its contents involve six aspects as follows: the definition of chaos, the source of the idea concerning chaos, fundamental characters of chaos, the control of chaotic systems, the propagation of chaology, the prospect of chaology.

Key words chaology; history; present situation; prospect