

# 中国科学技术大学

## 2011—2012 学年第一学期考试试卷

### 参考答案

考试科目：并行程序设计

得分：\_\_\_\_\_

学生所在系：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

### 本试卷共五个大题！

一、 描述以下循环中的依赖关系及语句依赖图：（20 分）

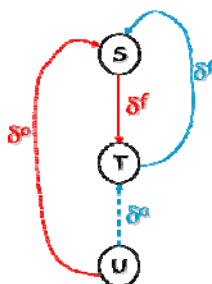
```
for i = 4 to 100 do
  S: A(i) = B(i) + c(i)
  T: B(i+2) = A(i-1) + A(i-3) + C(i-1)
  U: A(i+1) = B(2*i+3) + 1
endfor
```

参考解答：

循环中语句依赖关系如下：

- 语句 T 流依赖于语句 S，即  $S \delta^f T$ ，满足依赖关系的偶对集合为：  
 $\{ \langle S(i), T(j) \rangle \mid i = j - 1; \ 5 \leq j \leq 100 \} \cup \{ \langle S(i), T(j) \rangle \mid i = j - 3; \ 7 \leq j \leq 100 \}$
- 语句 S 流依赖于语句 T，即  $T \delta^f S$ ，满足依赖关系的偶对集合为：  
 $\{ \langle T(i), S(j) \rangle \mid i = j - 2; \ 6 \leq j \leq 100 \}$
- 语句 S 输出依赖于语句 U，即  $U \delta^o S$ ，满足依赖关系的偶对集合为：  
 $\{ \langle U(i), S(j) \rangle \mid i = j - 1; \ 5 \leq j \leq 100 \}$
- 语句 T 反依赖于语句 U，即  $U \delta^a T$ ，满足依赖关系的偶对集合为：  
 $\{ \langle U(i), T(j) \rangle \mid j = 2*i + 1; \ 4 \leq i \leq 49 \}$

语句依赖图如下：



二、编写 MPI 程序：依据所有 MPI 进程运行所在节点集合的大小，进行

MPI\_COMM\_WORLD 通信域划分，使得运行在相同节点上的 MPI 进程都将被分到相同的子通信域。（20 分）

参考解答：

基本思想是：

首先，每个进程均收集所有进程的运行节点信息（通过 MPI\_Allgather 完成）；

其次，根据所有节点信息和自身的运行节点名，每个进程确定自己在该节点上的位序，即 key；

最后，根据所有节点信息和自身的运行节点名，每个进程确定该节点名在所有节点信息中的第一次出现的位置，即 color。

MPI 程序主要部分如下：

```
int rank, Group_Size;
char host[128];
char *allhost; //存放所有节点名称字符串的数组;
int color, key;
MPI_Comm myComm, nodeComm;
... ..
MPI_Init(&argc, &argv); //MPI 初始化
MPI_Comm_dup(MPI_COMM_WORLD, &myComm); //复制 MPI_COMM_WORLD 通信域
MPI_Comm_rank(myComm, &rank);
MPI_Comm_size(myComm, &Group_Size);
allhost = (char*)malloc(128*Group_Size);
// 分配节点名数组空间 allhost, 大小为进程总数 x 128 字节
gethostname(host, 128); // 获得 MPI 进程运行所在节点的名称

MPI_Allgather(host, 128, MPI_BYTE, allhost, 128, MPI_BYTE, myComm );
// 每个 MPI 进程收集全部进程运行节点名称，并按照 MPI 进程编号由小到大的顺序，
// 存到 allhost 数组。示例如下表所示：每个节点名占据 128 个字节。
```

rank	0	1	2	3	4	5	6	... ..
allhost	Node0	Node0	Node3	Node4	Node5	Node4	Node4	... ..

// 进程编号(rank)为 i 的 MPI 进程运行所在节点名称，即 host，应该存放在 allhost 的第 i 项，即 allhost 的第 i\*128 个字节偏移处存放的字符串。

```
//现在开始获得通信子域划分所需的 color 和 key
color = 0; key = 0; // 初值为 0
for(i=0;i<rank;i++){
    // 每个进程统计在编号小于它的进程中, 有多少和其节点名称相同;
    if(strcmp(allhost+i*128,host)) continue;// 不同, 则下一个进程
    else key++; //相同, key 增一。
} //循环结束, key 即为当前进程的所在通信域的编号 (KEY)

for(i=0;i<=rank;i++){
    if(!strcmp(allhost+i*128,host)) break;
    //节点名称相同, 则跳出循环
}
color = i;//对于 rank==0 的主进程而言, 总是 color 为 0。
// 每个进程在 allhost 数组中确定第一个和其节点名称相同的进程所在位置,
// 并以此作为通信域划分中的 COLOR。
```

rank	0	1	2	3	4	5	6	... ..
allhost	Node0	Node0	Node3	Node4	Node5	Node4	Node4	... ..
Key	0	1	0	0	0	1	2	... ..
COLOR	0	0	2	3	4	3	3	... ..

```
// 如此一来, 可以划分通信域了!
MPI_Comm_split(myComm, color, key, &nodeComm);
```

三、 MPI 构造函数 `MPI_Type_indexed` 可从相同类型元素组成的连续数据区中提取若干不同长度、不同索引位置的数据块组合为派生类型消息, 其原型如下:

```
int MPI_Type_indexed(int count,int blocklens[],
                    int indices[],MPI_Datatype old_type,
                    MPI_Datatype *newtype )
```

参数含义如下:

- count: 数据块的个数; 也是参数 `indices` 和 `blocklens` 两个数组的有效长度。
- blocklens: 数组, 存放每个块中类型为 `old_type` 的元素个数。
- indices: 数组, 存放每个块的首元素在 `old_type` 数据区中的索引。
- old\_type: 元素的基本类型。newtype : 新的派生消息类型。

设有二维矩阵 `int SA[N][N]`。试写出 MPI 程序片段来定义: (20 分)

- (1) 由下三角矩阵构成的派生消息类型 `lowTriangle`;
- (2) 由主对角线 (N 个元素) 及其上下两侧辅对角线 (N-1 元素) 组成的主条带派生消息类型 `mainStripe`。
- (3) 编写两个 MPI 进程组成的程序, 其中 0 号进程向 1 号进程发送由 `SA[0][11]` 开始的  $5 \times 5$  的上三角矩阵。

**参考解答:**

依题意, 主要是完成函数 `MPI_Type_indexed` 的参数填写工作。

- (1) 由下三角矩阵构成的派生消息类型 `lowTriangle`;

```
count=N; // 下三角矩阵包含 N 个数据块
for(i=0;i<N;i++) blocklens[i] = i+1;
//每块数据含 1、2、...、N 个数据
for(i=0;i<N;i++) indices[i] = i*N;
//每块首元素偏移从 0、N、2*N...、(N-1)*N
```

```
MPI_Type_indexed(count,blocklens,indices,MPI_INT,&lowTriangle);
MPI_Type_commit(&lowTriangle);
```

- (2) 主条带派生消息类型 `mainStripe`

```
count=N; // 主条带矩阵包含 N 个数据块
blocklens[0] = 2;//首个数据块包含 2 个 old_type 数据
blocklens[N-1] = 2; //最后的数据块包含 2 个 old_type 数据
for(i=1;i<N-1;i++) blocklens[i] = 3;
//其余各块均包含 3 个 old_type 数据
indices[0] = 0;//首块偏移为 0;
for(i=1;i<N;i++) indices[i] = i*(N+1);//其余各块偏移。
```

```
MPI_Type_indexed(count,blocklens,indices,MPI_INT,&mainStripe);
MPI_Type_commit(&mainStripe);
```

- (3)  $5 \times 5$  的上三角矩阵 `upTriangle5`

```
count = 5; //含 5 个数据块
for(i=0;i<5;i++) blocklens[i] = 5-i;
// 每块长度依次为 5、4、3、2、1
indices[0] = 0;//首块偏移为 0;
for(i=1;i<5;i++) indices[i] = i*(N+1);//其余各块偏移
```

```
MPI_Type_indexed(count,blocklens,indices,MPI_INT,&upTriangle5);
MPI_Type_commit(&upTriangle5);
```

```
if(rank==0){
    MPI_Send(&SA[0][11],1, upTriangle5,
             1,2012,MPI_COMM_WORLD);
}
else if(rank==1){
    MPI_Recv(&SA[0][11],1,upTriangle5,
             0,2012,MPI_COMM_WORLD,&status);
}
```

四、生成质数的经典方法就是 Eratosthenes 筛选法 (Eratosthenes Filtering)，在这种方法中，所有的一系列整数(设其小于  $n$ )从 2 开始产生。第一个数 2 是质数给予保留，然后序列中所有 2 的倍数因不可能是质数都被删除；将序列中所有 3 的倍数都删除；将序列中所有 5 的倍数都删除…将序列中所有  $\lfloor \sqrt{n} \rfloor$  的倍数都删除，这样剩下的未被删除的数就是 2~ $n$  的序列中的所有质数。按此，请给出基于流水线设计技术的 OpenMP 并程序。(20 分)

参考解答：

```
//数组 a 存放 0、1、2~N，sn 为 N 的平方根
//如果某个数不是素数，则其在 a 中对应项置为 0；
p = 2;
while(p<sn)
{
    #pragma omp parallel for private(i)
    for(i=p+1;i<N;i++)
        if (a[i]==0) continue;
        else if( a[i] % p == 0 ) a[i] = 0;
        while( a[++p] ==0 ) ;
}
```

五、矩阵相乘的另一种并行算法是 Fox 算法 (Fox Algorithm)：将待相乘的矩阵  $A$  和  $B$  分成  $p$  个方块  $A_{i,j}$  和  $B_{i,j}$  ( $0 \leq i,j \leq \sqrt{p}-1$ )，每块大小为  $(n/\sqrt{p}) \times (n/\sqrt{p})$ ，并将它们分配给  $\sqrt{p} \times \sqrt{p}$  个处理器( $P_{0,0}, P_{0,1}, \dots, P_{\sqrt{p}-1, \sqrt{p}-1}$ )。开始时处理器  $P_{i,j}$  存放有块  $A_{i,j}$  和  $B_{i,j}$ ，并负责计算块  $C_{i,j}$ 。然后 Fox 算法执行以下各步  $\sqrt{p}$  次迭代即可完成：

- ① 选中对角块  $A_{i,i}$  并将其向所在行的  $\sqrt{p}-1$  个处理器进行一到多播送；
- ② 各处理器将所收到的  $A$  阵的块与  $B$  阵原有的块进行乘-加运算；
- ③  $B$  阵的块向上循环 1 步；
- ④ 如果  $A_{i,j}$  是本次播送的块，则下次应选块  $A_{i, (j+1) \bmod \sqrt{p}}$  向同行的  $\sqrt{p}-1$  个处理器播送，然后转第②步。

请写出实现 Fox 算法的 MPI 并程序。(20 分)

参考解答：

(1) 有关辅助工作及函数：

(1.1)依题意，所有进程拓扑为 $\sqrt{p} \times \sqrt{p}$  二维划分。

因此，进程 rank 和行 row、列 col 转换如下：

```
int  sp =  sqrt(p) ;// $\sqrt{p}$ 

int  Sub_Matrix_Size = (N / sp) * ( N / sp );
int  get_Rank(int row, int col){ return row * sp + col; }
int  get_Row(int rank){ return rank / sp; }
int  get_Col(int rank){ return rank % sp; }
int  upRow(rank){
    return get_Rank((sp+get_Row(rank)-1)%sp,get_Col(rank))
}
int  lowRow(rank){
    return get_Rank((get_Row(rank)+1)%sp,get_Col(rank))
};

void Copy_SubMatrix(SUB_A,SUB_B);

//将子矩阵 SUB_A 拷贝到子矩阵 SUB_B;

void Mul_ADD_SubMatrix(SUB_A,SUB_B,SUB_C);

//子矩阵 SUB_A 和 SUB_B 相乘，结果累加到子矩阵 SUB_C;

// 即 SUB_C += SUB_A * SUB_B
```

(1.2) 此外，依题意，具有相同行 row 的进程之间需要进行广播通信。因此，为简化编程，可以将行 row 相同的进程可以分在一个子通信域内。

```
int color = get_Row(rank);
int key    = get_Col(rank);
MPI_COMM   rowComm;
MPI_Comm_split(MPI_COMM_WORLD,color,key,&rowComm);
```

(2) Fox 算法的 MPI 实现主要部分

```
int i;
int row,col;
int root;
MPI_Status stat;
MPI_DOUBLE *local_SUB_A, *local_SUB_B,*local_SUB_C;
MPI_DOUBLE *temp_SUB_A, *temp_SUB_B;

row  = col = get_Row(rank); // 取  $A_{i,i}$  的下标

root = get_Rank(row,col); // 设置首次广播的 root

for( i=0; i<sp; i++){
    //算法步①

    Copy_SubMatrix(local_SUB_A,temp_SUB_A);
    MPI_Bcast(temp_SUB_A,Sub_Matrix_Size,MPI_DOUBLE,
              root, rowComm);

    //算法步②

    Mul_ADD_SubMatrix(temp_SUB_A,local_SUB_B,local_SUB_C);

    //算法步③

    MPI_Sendrecv(
        local_SUB_B,Sub_Matrix_Size,MPI_DOUBLE,upRow(rank),9999,
        temp_SUB_B,Sub_Matrix_Size,MPI_DOUBLE,lowRow(rank),9999,
        MPI_COMM_WORLD,&stat
    );
    Copy_Sub_Matrix(temp_SUB_B,local_SUB_B);

    //算法步④

    col = (col+1) % sp
    root = get_Rank(row,col);
}
```





本试卷答题过程中可能用到的函数原型：

**MPI\_Type\_commit(MPI\_Datatype \*datatype)**

**MPI\_Reduce(void \*sendbuf, void \*recvbuf, int count, MPI\_Datatype datatype, MPI\_Op op, int root, MPI\_Comm comm)**

**MPI\_Comm\_split(MPI\_Comm comm, int color, int key, MPI\_Comm \*newcomm)**

**MPI\_Bcast( void \*buffer, int count, MPI\_Datatype datatype, int root, MPI\_Comm comm )**

**MPI\_Gather(void \*sendbuf, int sendcnt, MPI\_Datatype sendtype, void \*recvbuf, int recvcnt, MPI\_Datatype recvtype, int root, MPI\_Comm comm)**

**MPI\_Allgather(void \*sendbuf, int sendcount, MPI\_Datatype sendtype, void \*recvbuf, int recvcount, MPI\_Datatype recvtype, MPI\_Comm comm)**

**MPI\_Send(void \*buf, int count, MPI\_Datatype datatype, int dest, int tag, MPI\_Comm comm)**

**MPI\_Recv(void \*buf, int count, MPI\_Datatype datatype, int source, int tag, MPI\_Comm comm, MPI\_Status \*status)**

**MPI\_Sendrecv(void \*sendbuf, int sendcount, MPI\_Datatype sendtype, int dest, int sendtag, void \*recvbuf, int recvcount, MPI\_Datatype recvtype, int source, int recvtag, MPI\_Comm comm, MPI\_Status \*status)**

**gethostname(char \*name, int namelen)**