中 国 科 学 技 术 大 学

2017—2018学年第一学期期末试卷补考试卷

考试科目 时间序列分析 得分 ____________

所在系 ________ 姓名 ____________ 学号 ____________

考试时间: 2018年3月10日上午8:30—10:30; 使用简单计算器

装 订 线

一. (25分) 填空题(每题2分,答案请写在答题纸上):

1 某一观察值序列t 期的附近观察值为$x_{t-1} = 5, x_{t-1} = 5.4, x_t = 5.8, x_{t+1} = 6.2, x_{t+2} = 6.3$, 使用4 期中心移动平均法估计$\hat{x}_t$=________________________.

2 设ARMA(2, 1): $X_t = 0.5X_{t-1} + aX_{t-2} + \epsilon_t - 0.1\epsilon_{t-1}$, 当$a$满足____时, 模型平稳.

3 设随机变量U与V独立同分布, 且二阶矩存在. 令$X_t = U + Vt, t \in T$, 则序列$\{X_t, t \in T\}$ 的自相关函数$\rho(s,t) =$________________________

4 设$AR(p)$模型

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + \epsilon_t$$

的传递形式为$X_t = \mu + \sum_{k=0}^{\infty} \psi_k \epsilon_{t-k}$, 则$\sum_{k=0}^{\infty} \psi_k (\frac{1}{2})^k =$________________________.

5 写出季节模型ARIMA$(0,0,1) \times (0,0,1)_{12}$的表达式______________, 并计算$\rho_1 =$______________, $\rho_{12} =$ ______________, $\rho_{13} =$ ______________.

6 某一观测值序列最后4期的观测值为$x_{t-3} = 5$, $x_{t-2} = 5.4$, $x_{t-1} = 5.8$, $x_t = 6.2$, 使用4期移动平均法预测$\hat{x}_t =$ ________________________.

7 $X_t \sim ARIMA(0,1,0)$, 把X_t称为______________, 其序列X_t的自相关 $\rho(s,t)$为______________. 为了检验序列是否是此ARIMA(0,1,0)序列, 我们会对序列进行______________检验. 该检验的备择假设为______________.

8 已知AR(1)模型: $X_t = 0.5 + 0.8X_{t-1} + \epsilon_t, \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$. $EX_t =$ ______________, 自相关系数ρ_1=______________, 偏相关系数$\phi_{11} =$______________.

9 对于满足AR(p)模型

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_t + \cdots + \phi_p X_{t-p} + \epsilon_t$$

的序列$\{X_t, t = 0, \pm1, \pm2, \ldots\}$来说, 已知$X_t, X_{t-1}, \ldots$ 时, $\hat{X}_l$的预测误差$e_t(l)$ 的均方误差$Ee_t(l)^2$趋于______________, $l \to \infty$.(用X_t的协方差函数表示)

二. (15分)简答题(每题5分,答案请写在答题纸上)

1 写出GARCH(p, q)模型.

2 写出ARIMA(1,1,1)模型.

3 写出平稳过程的定义.

三. (60分) 计算题(每题15分,答案请写在答题纸上):

1. 考虑如下的时间序列模型ARMA(1,2)

$$X_t = 0.8X_{t-1} + \epsilon_t + 0.7\epsilon_{t-1} + 0.6\epsilon_{t-2},\ \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2),$$

(1) 写出k 阶自相关系数$\rho_k, k \geq 0$满足的递推式.
(2) 写出该模型的简便形式, 并说明该序列的平稳性和可逆性.
(3) 如果是平稳的, 写出该模型的传递形式.

2. 设时间序列$\{X_t\}$来自ARMA(2,1)过程, 满足

$$(1 - L + 0.5L^2)X_t = (1 + 0.4L)\epsilon_t.$$

其中$\{\epsilon_t\}$是白噪声序列, 并且$E\epsilon_t = 0$, $Var(\epsilon_t) = \sigma^2$. 判断该过程的平稳可逆性.

3. 下列样本的自相关系数和偏相关系数是基于零均值的平稳序列(样本量为500)计算得到的, 样本方差为2.997.
ACF: 0.340; 0.321; 0.370; 0.106; 0.139; 0.171; 0.081; 0.049; 0.124; 0.088; 0.009
PACF: 0.340; 0:494; 0.058; 0.086; 0.040; 0.008; 0.063; 0.025; 0.030; 0.032; 0.038
根据所给的信息, 给出模型的初步确定, 并且根据自己得到的模型给出相应的参数估计, 要求写出计算过程.

4. 考虑ARMA(1,1)序列

$$X_t = \theta_0 + \theta_1 X_{t-1} + \epsilon_t + \theta\_2\epsilon_{t-1}, \epsilon_t \sim WN(0, 1),$$

(1) 参数$\theta_0, \theta_1, \theta_2$ 满足什么条件序列是平稳可逆的序列?
(2) 求θ_0, θ_1, θ_2的矩估计, 给出推导过程.
(2) 给定时间序列$\{X_t, t \leq T\}$, 给出均方误差最小准则的k步线性预测$\hat{X}_{T+k}$.