



学号

姓名

装订线 答题时不要超过此线

1. 选择题 在下面题中选择一个你认为正确的答案, 不选, 错选或多选均不得分。

1.1 (5%) 一个可观测量力学变量的两个本征矢

量, 如属于不同的本征值, 则

- a. 它们可以相同
- b. 它们之间没有任何关系
- c. 它们相互是正交的
- d. 它们的关系完全不能确定

1.2 (5%) 量子力学中态和力学变量可以用矢量(左矢, 右矢)和线性算符表示, 用数学描述, 一个表示态的矢量有如下的任意性

- a. 它的方向
- b. 它的大小和方向
- c. 它的方向和相因子
- d. 它的大小和相因子

1.3 (5%) 一个可观测量  $\alpha$  有两个本征值  $\alpha_1$  和

$\alpha_2$ , 对应的本征右矢分别是  $|\alpha_1\rangle$  和  $|\alpha_2\rangle$ , 而

可观测量  $\beta$  有两个本征右矢  $|\beta_1\rangle$  和  $|\beta_2\rangle$ , 两

种本征态有如下关系

$$|\alpha_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{13}} (2|\beta_1\rangle + 3|\beta_2\rangle),$$

$$|\alpha_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{13}} (3|\beta_1\rangle - 2|\beta_2\rangle)$$

对一个态, 依次测量  $\alpha, \beta, \alpha$ , 第1次测量得到  $\alpha_1$ , 那么第3次测量得到  $\alpha_2$  的概率是

- a.  $\frac{3}{13}$
- b.  $\frac{8}{13}$
- c.  $\frac{2}{13}$
- d. 1

1.4 (5%) 对应于Hamilton(哈密顿)算  $H =$

$\frac{p^2}{2m} + V(r)$ , 具有分立能级的定态中, 动量的平均值  $\langle p \rangle$

- a. 为零
- b. 不为零
- c. 和能级的能量有关
- d. 不能确定

## 量子力学

2016年春季

1.5 (5%) 原子能级的精细结构是以下因素引起的

- 轨道角动量和电子自旋
- 磁场和轨道角动量
- 磁场和电子自旋
- 磁场, 轨道角动量和电子自旋

考虑粒子间的相互作用, 且每个粒子的量子态数目为3. 那么该全同粒子系统可能有的量子态数目为

- 6
- 10
- 12
- 18

1.6 (5%) 3个全同玻色(Bose)子组成的系统, 不

2. (15%) 自旋算符可以用无量纲算符(Pauli算符) $\sigma$ 来表示, 即 $s = \frac{1}{2}h\sigma$ . 求在 $\sigma_z$ 的表象中 $\sigma_x$ 和 $\sigma_y$ 的本征态.

提示:  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 有如下关系式

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 1, \quad \sigma_x\sigma_y - \sigma_y\sigma_x = 2i\sigma_z, \quad \sigma_y\sigma_z - \sigma_z\sigma_y = 2i\sigma_x, \quad \sigma_z\sigma_x - \sigma_x\sigma_z = 2i\sigma_y.$$

3. (15%) 一个质量为 $m$ 的粒子在一维无限深势阱( $0 \leq x \leq a$ )中运动,  $t = 0$ 时刻的初始波函数为

$$\psi = \sqrt{\frac{8}{5a}} \left[ 1 + \cos \frac{\pi x}{a} \right] \sin \frac{\pi x}{a}, \quad (0 \leq x \leq a)$$

- 在后来某一时刻 $t_0$ 的波函数是什么?
- 系统在 $t = 0$ 和 $t = t_0$ 时测量的平均能量是多少?
- 在 $t = t_0$ 时, 在势阱左半部( $0 \leq x \leq a/2$ )发现粒子的概率是多少?

4. (15%) 一个质量为 $m$ 的粒子被限制在一半径为 $a$ 的球体内运动. 不存在其他势. 求粒子的基态能量和坐标



$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 1, \quad \sigma_x \sigma_y - \sigma_y \sigma_x = 2i\sigma_z, \quad \sigma_y \sigma_z - \sigma_z \sigma_y = 2i\sigma_x, \quad \sigma_z \sigma_x - \sigma_x \sigma_z = 2i\sigma_y.$$

3. (15%) 一个质量为 $m$ 的粒子在一维无限深势阱( $0 \leq x \leq a$ )中运动,  $t = 0$ 时刻的初始波函数为

$$\psi = \sqrt{\frac{8}{5a}} \left[ 1 + \cos \frac{\pi x}{a} \right] \sin \frac{\pi x}{a}, \quad (0 \leq x \leq a)$$

- 在后来某一时刻 $t_0$ 的波函数是什么?
  - 系统在 $t = 0$ 和 $t = t_0$ 时测量的平均能量是多少?
  - 在 $t = t_0$ 时, 在势阱左半部( $0 \leq x \leq a/2$ )发现粒子的概率是多少?
4. (15%) 一个质量为 $m$ 的粒子被限制在一半径为 $a$ 的球体内运动, 不存在其他势, 求粒子的基态能量和坐标表象下的归一化波函数.

5. (10%) 设体系的Hamilton算符为

$$H = \begin{pmatrix} \epsilon_1 + a & b \\ b & \epsilon_2 + a \end{pmatrix}$$

$\epsilon_1, \epsilon_2, a$ 和 $b$ 为实数, 且 $a$ 和 $b$ 为小量, 试用微扰法求体系的能量(精确到二阶修正).

6. (15%) 两个没有相互作用的粒子置于一维无限深势阱中, 势阱宽度为 $2a$ , 求对下列各种情况下这个系统两个最低能级的能量值和简并度, 以及与这些能级对应的波函数(用 $\psi$ 表示空间部分, 并写出具体的函数形式,  $|j, m\rangle$ 表示自旋部分,  $j$ 是总自旋量子数,  $m$ 是总自旋的 $z$ 分量量子数).

- 两个自旋量子数为 $1/2$ 的可区分粒子;
- 两个自旋量子数为 $1/2$ 的全同粒子;
- 两个自旋量子数为 $1$ 的全同粒子.