

## 2021 年电磁学 (A) PHYS1004A.09 期末试题

叶邦角教授 & 王俊贤教授

2021 年 7 月 14 日 14:30-16:30

有部分魔改

一

已知如图所示，在某匀强磁场，磁感应强度为  $B_0$  中，有一圆形线圈，其半径为  $a$ ，电阻为  $R$ ，电感为  $L$ ，现在绕某直径以  $\omega$  的角速度旋转，求

- (1) 线圈中电流  $I(t)$
- (2) 线圈的平均功率
- (3) 维持线圈转动所需要的力矩大小

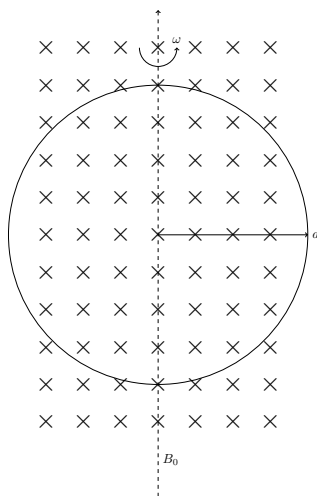


图 7

二

已知某均匀磁化的超导球位于某均匀磁场  $B_0$  中，其内部磁感应强度为 0，此超导球的半径为  $R$

- (1) 利用边值关系求出超导球的磁矩
- (2) 求距球为  $r$  处的磁感应强度大小
- (3) 求球边界上的磁化电流，利用磁介质极化的相关知识计算
- (4) 用磁介质极化的方法求出球的磁矩，并比较两种方法计算的磁矩

(5) 当均匀磁场变为  $B(t)$  时，求球在远处产生的涡旋电场

### 三

我们定义一组新的电场强度和磁感应强度

$$E' = E \cos(\theta) + cB \sin(\theta)$$

$$cB' = -E \sin(\theta) + cB \cos(\theta)$$

其中  $c$  为光速

- (1) 写出 Maxwell 方程组的微分和积分形式
- (2) 写出上述“电场强度”和“磁感应强度”所满足的，在真空无源下的新的 Maxwell 方程组形式
- (3) 计算新的“能流密度”  $S$  和“能量密度”  $\omega$

### 四

对如图所示的半圆环：其由两半组成，内部的磁导率为  $\mu_1$ ，外部的为  $\mu_2$ 。内环半径为  $a$ ，外环半径为  $3a$ ，高度为  $2a$ ，环的外侧绕制了单位长度的数密度为  $n$  的导线，每根导线所通电流为  $I$ ，半圆环以外的区域均为真空，求

- (1) 求内部的磁感应大小
- (2) 求内部的磁场能量
- (3) 求磁化电流的面密度
- (4) 求圆环的电感

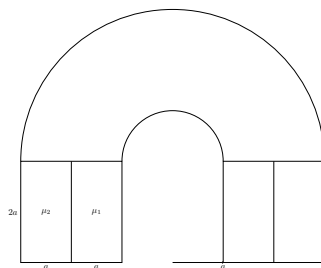


图 8

## 五

如图所示为某无限长圆柱螺线管的剖面，其单位长度的导线数量为  $N$ ，通过导线的电流为  $I(t) = I_0 \sin \omega t$ ，管的半径为  $R$

(1) 求不同半径处的涡旋电场  $E$

(2) 事实上，涡旋电场考虑其随时间的变化，会产生相对应的感应磁场，请求出管心处感应磁场  $B(0, t)$  与距管中心  $r$  处感应磁场  $B(r, t)$  的差值  $\Delta B$

(3) 考虑  $r \ll cT$ ，其中  $T$  为电流的周期，证明此时  $\Delta B$  足够小可以忽略，并进一步说明涡旋电场产生的磁场完全可以忽略

(4) 在管中心处放置一个足够小的，半径为  $b$ ，带电量为  $Q$  的均匀球体，从静止开始，仅受到涡旋电场进行绕直径的无摩擦旋转，求在  $t = \frac{\pi}{\omega}$  时，球体的角动量大小

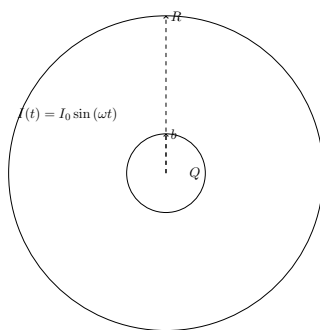


图 9

## 六

设某电磁波满足  $\vec{E} = E_{max} \cos(k_x \cdot x + k_y \cdot y - \omega t)$

(1) 求波矢  $\vec{k}$  的大小，并求出此方向的一个单位矢量

(2) 求  $\vec{B}$

(3) 求平均能流密度和能量密度