Memory One

2020年11月4日 22:43

- 单位频率单位体积内的模式数：$\beta_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}, dN = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}Vd\nu$
- 光场相干时间：$\delta\nu = \frac{1}{\tau_c}$
- 理想光束：横向相干尺度等于光束直径，质量因子：$M^2 = \frac{D}{d_c}\ where\ d_c = \frac{\lambda}{\Delta\theta}$
- 小角系统集光率：$G = n^2\sigma cos\theta\Omega_A = n^2 Acos\alpha\Omega_\sigma = \lambda_{vac}^2\left(\frac{D}{d_c}\right)^2 = \lambda_{vac}^2 N_f^2$(单偏振)，$P = B\cdot G$，$B$为辐射度

- F-P腔：$E_{t0} = \frac{E_0 t_1 t_2}{1-r_1 r_2 e^{i2kL}} \Rightarrow I_t = \frac{I_{max}}{1+\left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 \sin^2\Delta\phi}, \mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2}}{1-r_1 r_2} \to \frac{\pi}{1-r_1 r_2}$

  $\Delta\bar{\nu}_L = \frac{1}{2L}, \delta\nu_L = \frac{c}{\pi L}\arcsin\left(\frac{\pi}{2\mathcal{F}}\right) \approx \frac{\mathrm{c}}{2\mathrm{L}}\cdot\frac{1}{\mathcal{F}} = \frac{\Delta\nu_\mathrm{L}}{\mathcal{F}}$
- 光子寿命与品质因子

  m次往返后：$E(t) = E_0 e^{-\frac{t}{2\tau_R}} e^{-i\omega_0 t}, where\ \tau_R = \frac{L/c}{\ln(1/r_1 r_2)}, thus\ I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau_R}}$

  F变换后：$\mathcal{E} = \frac{E_0}{i(\omega-\omega_0)-(1/2\tau_R)} \Rightarrow \mathcal{I} = \frac{I_0}{(\omega-\omega_0)^2+(1/2\tau_R)^2}, thus$ 线宽 $\delta\nu_L = \frac{1}{2\pi\tau_R} \approx \frac{c}{2L}\cdot\frac{1}{\mathcal{F}}$

  故往返次数：$m_e = \frac{\mathcal{F}}{2\pi}$，则可定义$Q = \frac{\nu}{\delta\nu_L} = s\cdot\mathcal{F}$
- 透镜变换(焦面)：$\mathrm{E_2(x,y)} = \frac{\mathrm{i}}{\lambda\mathrm{F}}\int\int E_1(\xi,\eta)e^{-i\left[\left(\frac{kx}{F}\right)\xi+\left(\frac{ky}{F}\right)\eta\right]}d\xi d\eta$ (忽略了一个常数因子)
- 对称共焦腔：$L = r, f = \frac{r}{2}$，自再现光：$E(x,y) = E_0\cdot e^{ik\frac{x^2+y^2}{2q_0}} = E_0\cdot e^{\frac{x^2+y^2}{w_0^2}}\ where\ q_0 = -if$
- 高斯光：$\mathrm{E(x,y,z)} = \mathrm{E_0}\frac{\mathrm{w_0}}{w(z)}e^{-\frac{r^2}{w^2(z)}}e^{i\phi(x,y,z)}\ where$
$$\begin{cases} w_0 = \sqrt{\frac{2f}{k}} \\ w(z) = w_0\sqrt{1+\frac{z^2}{\mathrm{f}^2}} \\ \phi(x,y,z) = k\left(z+\frac{r^2}{2R(z)}\right) - \arctan\left(\frac{z}{f}\right) \\ R(z) = z+\frac{f^2}{z} \end{cases}$$

  等相方程(近似)：$r^2 = -2R(z)\cdot(z-z_1), if\ z \gg f, \theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}$

  曲率半径透镜变换：$\frac{1}{\mathrm{R_1}} - \frac{1}{\mathrm{R_2}} = \frac{1}{\mathrm{F}}$
- 球面镜自再现方程：
$$\begin{cases} z_1 = \frac{L(r_2-L)}{2L-r_1-r_2} \\ z_2 = -\frac{L(r_1-L)}{2L-r_1-r_2} \\ f^2 = \frac{L(r_1-L)(r_2-L)(r_1+r_2-L)}{[(L-r_1)+(L-r_2)]^2} \end{cases}$$
  - 有解条件:$0 \le g_1 g_2 \le 1, where\ g_1 = 1-\frac{L}{r_1}; g_2 = 1-\frac{L}{r_2}$
- 厄密高斯光：$E_{lm}(x,y,z) = E_0\frac{w_0}{w(z)}e^{-\frac{r^2}{w^2(z)}}e^{i\left(kz+\frac{kr^2}{2R(z)}-\omega t\right)}H_l\left(\frac{\sqrt{2}}{w(z)}x\right)H_m\left(\frac{\sqrt{2}}{w(z)}y\right)e^{-i(l+m+1)\alpha}, where\ H_m(x) = e^{x^2}(-1)^m\frac{d^m}{dx^m}e^{-x^2}, \alpha = \arctan\left(\frac{z}{f}\right)$ (方形边界腔)

  拉盖高斯光：$E_{mn}(x,y,z) = E_0\frac{w_0}{w(z)}e^{-\frac{r^2}{w^2(z)}}e^{i\left(kz+\frac{kr^2}{2R(z)}-\omega t\right)}\left(\frac{\sqrt{2}r}{w(z)}\right)^m L_n^{(m)}\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right)e^{-i(m+2n+1)\alpha}e^{-im\phi}$ (圆形边界腔)
- 谐振频率：

  厄密高斯光：$\nu_{slm} = \frac{c}{2L}\left[s+\frac{1}{\pi}(l+m+1)arcos\sqrt{g_1 g_2}\right]$

  拉盖高斯光:$\mathrm{\nu_{smn}} = \frac{\mathrm{c}}{2\mathrm{L}}\left[\mathrm{s}+\frac{1}{\pi}(\mathrm{m}+2\mathrm{n}+1)\arccos\sqrt{\mathrm{g_1 g_2}}\right]$
- 透镜变换
  - 聚焦：$w_{02} \approx F\frac{\lambda}{\pi w_1} \ge \frac{\lambda F}{\pi a} = \frac{2}{\pi}\lambda\cdot F\#, R_2 \approx -F$
  - 准直：$w_{03} = \frac{F_2\lambda}{\pi w_{01}}, R_2 = F_2$,准直双透镜系统：$\frac{w_{03}}{w_{01}} = \frac{F_2}{F_1} = \eta$
  - 光学矩阵：$\begin{pmatrix} y_1 \\ n_1\theta_1 \end{pmatrix}$
    - 匀质传输矩阵：$M_T = \begin{pmatrix} 1 & \frac{d}{n_1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
    - 球面镜：$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1-n_2}{r_1} & 1 \end{pmatrix}$,透镜是其两个相乘 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ (n_1-n_2)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) & 1 \end{pmatrix}, \mathcal{P} = (n_2-n_1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$为折光率
    - 球面波：对矩阵$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$,总有 $\frac{\mathrm{R_e}}{\mathrm{n_1}} = \frac{\mathrm{A}\left(\frac{\mathrm{R_i}}{\mathrm{n_1}}\right)+\mathrm{B}}{\mathrm{C}\left(\frac{\mathrm{R_i}}{\mathrm{n_1}}\right)+\mathrm{D}}$
    - 高斯光：q参数：$q(z) = z-if$,变换方式：$\frac{\mathrm{q_e}}{\mathrm{n_1}} = \frac{\mathrm{A}\left(\frac{\mathrm{q_i}}{\mathrm{n_1}}\right)+\mathrm{B}}{\mathrm{C}\left(\frac{\mathrm{q_i}}{\mathrm{n_1}}\right)+\mathrm{D}}$

- A_{21}自发跃迁概率，$W_{12}=B_{12}\rho_\nu$ 收激吸收， ρ_ν谱密度$\left(\frac{J}{m^3\mathrm{Hz}}\right)$，受激辐射$W_{21}=B_{21}\rho_\nu(\nu)\Rightarrow\begin{cases}B_{21}=B_{12}\\\frac{A_{21}}{B_{21}}=\frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\end{cases}$
  - $\frac{A_{21}}{B_{21}}=\beta_\nu(\nu)h\nu, where\ \beta_\nu(\nu)\bar{n}h\nu=\rho_\nu(\nu), thus\ W_{21}=\bar{n}\mathrm{A}_{21}$
- 经典自发辐射模型：$\mathcal{E}(\omega)=E_0\left(\frac{1}{i(\omega-\omega_0)-\frac{1}{2\tau_2}}\right),\Delta\omega_H=\frac{1}{\tau_2},\mathcal{P}=P_0\frac{1}{\pi}\frac{1/2\tau_2}{(\omega-\omega_0)^2+(1/2\tau_2)^2}$,
  $d\mathcal{P}=P_0g_H(\nu,\mu_0)d\nu, g_H(\nu,\nu_0)=\frac{1}{\pi}\frac{\Delta\nu_H/2}{(\nu-\nu_0)^2+\left(\frac{\Delta\nu_H}{2}\right)^2}$,如果$A_{21}=(A_{21})_N+(A_{21})_C$ 则$\Delta\nu_H=\Sigma_{s=1}^{S}(\Delta\nu_H)_s$
  $W_{21}=\frac{\lambda^3}{8\pi h}A_{21}\int_0^\infty g_H(\nu,\nu_0)\rho_\nu(\nu)d\nu\approx\frac{\lambda^3}{8\pi h}A_{21}\rho_\nu(\nu_0)\,(atom\ with\ black\ body)$
  $\approx\frac{\lambda^3}{8\pi h}A_{21}g_H(\nu_1,\nu_0)\int_0^\infty\rho_\nu(\nu)d\nu\ (with\ laser)=\frac{\lambda^3}{8\pi h}A_{21}g_H(\nu_1,\nu_0)\frac{I}{c}$
- 激光增益：$dI=g(\nu_1,\nu_0)Idz, where\ g(\nu_1,\nu_0)=\Delta\mathrm{n}\frac{\lambda^2}{8\pi}\mathrm{A}_{21}\mathrm{g}_\mathrm{H}(\nu_1,\nu_0),\mathrm{I}=\mathrm{I}_0\mathrm{e}^{\mathrm{g}(\nu_1,\nu_0)\mathrm{z}}$
- 增益截面:$\sigma(\nu_1,\nu_0)=\frac{\lambda^2}{8\pi}A_{21}g_H(\nu_1,\nu_0)=A_{atom}=\sigma_{peak}\frac{\left(\frac{\Delta\nu_H}{2}\right)^2}{(\nu-\nu_0)^2+(\Delta\nu_\mathrm{H}/2)^2},thus\ A_{21}=\frac{8\pi^2}{\lambda^2}\int\sigma(\nu,\nu_0)d\nu=\frac{4\pi^2\sigma_{peak}\Delta\nu_h}{\lambda^2}$
- 量子效率：$\eta_q=\frac{W_r}{W}=\frac{\tau_2}{\tau_r},where\ \frac{1}{\tau_2}=\frac{1}{\tau_r}+\frac{1}{\tau_{nr}}$
- 粒子数变化的速率方程
  - 三能级系统
    - $\frac{dn_2}{dt}=n_1W_p-n_2W_{21}+n_1W_{12}-\frac{n_2}{\tau_2},\frac{dn_1}{dt}=-\frac{dn_2}{dt}$
  - 四能级系统
    - $\frac{dn_2}{dt}=n_0W_p-n_2W_{21}+n_1W_{12}-\frac{n_2}{\tau_2},n_0\approx n$
    - $\frac{d\Delta n}{dt}=n_oW_p-\Delta n\left(\frac{\sigma(\nu_1,\nu_0)I}{h\nu_1}+\frac{1}{\tau_2}\right)$
- 增益饱和
  - $\Delta n^{(s)}=\frac{\mathcal{R}\tau_2}{1+\frac{\sigma(\nu_1,\nu_0)\tau_2}{h\nu_1}I}\approx\frac{\mathcal{R}\tau_2}{1+\frac{\sigma(\nu_1,\nu_0)\tau_2}{h\nu_0}I},\mathcal{R}=n_0W_p$
  - $I_s=\frac{h\nu_1}{\sigma(\nu_1,\nu_0)\tau_2},where\ g(\nu_1,\nu_0)=\frac{\sigma(\nu_1,\nu_0)\mathcal{R}\tau_2}{1+(I/I_s)}\approx\sigma(\nu_1,\nu_0)\mathcal{R}\tau_2\left(I\ll\frac{h\nu_1}{\sigma\tau_2}\right)$
  - $\Delta n(t)=\mathcal{R}\tau_2'\left(1-e^{-\frac{t}{\tau_2'}}\right),where\ \tau_2'=\frac{\tau_2}{1+\left(\frac{I}{I_s}\right)}$
- 放大器增益
  - $\frac{1}{I}\frac{dI}{dz}=\frac{g_0}{1+I/I_s}$
    - $I\ll I_s,I(z)=I(0)e^{g_0z},G=\frac{I(L)}{I(0)}=e^{g_0L}$,吸收：$I(z)=I(0)e^{-\alpha z}$， 分贝净增益$=4.343(\mathrm{g}_0-\alpha)\mathrm{L}$,
      $\eta=\frac{(\mathrm{e}^{\mathrm{g}_0L}-1)\mathrm{I}(0)\mathrm{A}}{\mathcal{R}\mathrm{h}\nu_\mathrm{p}\mathrm{LA}}\approx\frac{\mathrm{I}(0)}{\mathrm{I_s}}\frac{\nu_1}{\nu_\mathrm{p}}$
    - $I\gg I_s,,I(z)=I(0)+g_0I_sz,G=1+\frac{g_0I_sL}{I(0)},\Delta\mathrm{P}=\mathrm{g}_0\mathrm{I_S}\mathrm{LA}=\mathcal{R}\mathrm{h}\nu_1\mathrm{LA},\mathrm{P_{pump}}=\mathcal{R}\mathrm{LA}\cdot\mathrm{h}\nu_\mathrm{p},\eta=\frac{\nu_1}{\nu_\mathrm{p}}<1$
    - 一般：$lnG+\frac{I_0(G-1)}{I_s}=g_0L$
  - 光纤
    - $\frac{dI_p}{dz}=-I_p\alpha_p,where\ \alpha_p=n_0\sigma_p\Rightarrow\mathcal{R}=\frac{n_0I_p(z)\sigma_P}{h\nu_p},thus\ g_0(z)=\frac{\alpha_p\sigma_2\tau_2}{h\nu_p}I_p(z)$
    - $I\ll I_s,\mathrm{ln}_G=\frac{I_{p0}\sigma_2\tau_2}{h\nu_p}\left(1-e^{-\alpha_pL}\right);I\gg I_s,I(L)-I_0=\frac{I_{p0}I_s\sigma_2\tau_2}{h\nu_p}\left(1-e^{-\alpha_pL}\right)\approx\frac{\nu_1}{\nu_P}I_{p0}(\alpha_pL\gg1)$
      $G=1+\frac{\nu_1I_{p0}}{\nu_pI_0}$
- 连续激光器
  - 热平衡下每个模式中平均光子数：$\bar{n}=\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_BT}}-1}$
  - 临界增益系数：$g_{th}=\alpha+\frac{1}{2L}\ln\left(\frac{1}{R_1R_2}\right)\Rightarrow\Delta n>\frac{8\pi g_{th}}{A_{21}\lambda^2g_H(\nu_1,\nu_0)}\Rightarrow\Delta n_{th}=\frac{4\pi^2g_{th}\Delta\nu_{th}}{A_{21}\lambda^2}\ where(g_{Hmax}=\frac{2}{\pi\Delta\nu_H})$
  - 则$\frac{dI}{dt}=(g-g_{th})cI=c\sigma\Delta nI-\frac{I}{\tau_R}\Rightarrow$ 修正光子寿命:$\tau_R=\left(c\alpha+\frac{c}{2L}\ln\frac{1}{R_1R_2}\right)^{-1}$
  - 联立粒子数反转方程有：$I^{(s)}=\frac{h\nu_1}{\sigma\tau_2}\left(\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{R}_{th}}-1\right),\Delta n^{(s)}=\frac{1}{c\sigma\tau_R},where\ R_{th}=\frac{1}{c\sigma\tau_R\tau_2}$为临界pump速率
  - $P_0=\frac{1}{2}I^{(s)}TA,P_{in}=\mathcal{R}h\nu_pLA\Rightarrow P_0=\frac{\nu_1}{\nu_p}\frac{c}{2L}\tau_RT(P_{in}-P_{th}),\Rightarrow\eta_s=\frac{P_0}{P_{in}-P_{th}}=\frac{\nu_1}{\nu_p}\frac{c}{2L}\tau_RT$
  - $with\ R_2=1-T\ and\ T\ll1,\eta_s=\frac{\nu_1}{\nu_p}\frac{T}{\delta+T},\delta=\alpha2L+lnR_1^{-1}$
  - $P_0=\frac{1}{2}AT\frac{h\nu_1}{\sigma\tau_2}\left(\frac{\mathcal{R}\tau_2\sigma2L}{\delta+T}-1\right)\approx\frac{1}{2}AI_sT\left(\frac{g_02L}{\delta+T}-1\right)with\ (I\ll I_s)then\ T_{opt}=\sqrt{g_02L\delta}-\delta$
- 半经典模型

- 密度矩阵演化$\begin{cases}\dot{\rho}_{aa}=-\gamma_a\rho_{aa}+(\frac{1}{i\hbar}V_{ab}\rho_{ba}+c.c)\\ \dot{\rho}_{ab}=-\gamma_T\rho_{ab}-i\omega_{ab}\rho_{ab}+\frac{i}{\hbar}V_{ab}(\rho_{aa}-\rho_{bb})\ where\\ \dot{\rho}_{bb}=-\gamma_b\rho_{bb}-(\frac{1}{i\hbar}V_{ab}\rho_{ba}+c.c)\end{cases}\begin{cases}V_{ab}=-E(x,t)\langle a|ez|b\rangle\\ \omega_{ab}=\omega_a-\omega_b\\ \gamma_{ab}=\frac{1}{2}(\gamma_a+\gamma_b)\\ \gamma_T=\gamma_{ab}+\gamma_{ph}\text{(相位因子衰减)}\end{cases}$
  定义：$\mathfrak{P}=e\langle a|z|b\rangle$为原子偶极常数，则$V_{ab}=-\mathfrak{P}\,E(x,t),P=\mathfrak{P}(\rho_{ab}+\rho_{ba})$
- 集居数矩阵：$\rho_{ij}=\Sigma_\alpha\int_{-\infty}^{t}dt_0\,\lambda_\alpha(x,t_0)\rho_{ij}(\alpha,x,t_0,t)\,,where\ t_0$ 的dt时间内有$\lambda_a dt_0$个原子激发到$\alpha\left(\frac{a}{b}\right)$态
  则$\begin{cases}\dot{\rho}_{aa}=\lambda_a-\gamma_a\rho_{aa}+(\frac{1}{i\hbar}V_{ab}\rho_{ba}+c.c)\\ \dot{\rho}_{ab}=-\gamma_T\rho_{ab}-i\omega_{ab}\rho_{ab}+\frac{i}{\hbar}V_{ab}(\rho_{aa}-\rho_{bb})\\ \dot{\rho}_{bb}=\lambda_b-\gamma_b\rho_{bb}-(\frac{1}{i\hbar}V_{ab}\rho_{ba}+c.c)\end{cases}$
- 在无磁介质的介质内：$-\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial x^2}+\mu_0\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=-\mu_0\frac{\partial^2\vec{P}}{\partial t^2},\left(\nabla\cdot\vec{P}\approx0\right),$
  结合腔条件$E(x,t)=\frac{1}{2}\Sigma_s E_s(t)e^{-i(\omega_s t+\phi_s)}U_s(x)+c.c\ where\ U_s(x)=\sin\frac{s\pi c}{L}x=\sin\frac{\Omega_s}{c}x$ (假设是线偏振光)
  则得：$\Omega_s^2E_s-i\left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)\omega_sE_s-2i\omega_s\dot{E}_s-\left(\omega_s+\dot{\phi}_s\right)^2E_s=\omega_s^2\varepsilon_0^{-1}\mathcal{P}_s\ ,where\ P(x,t)=\frac{1}{2}\Sigma_s\mathcal{P}_s(t)e^{-i(\omega_s t+\phi_s)}U_s(x)+c.c$
  令：$Q_s=\varepsilon_0\frac{\omega_s}{\sigma}$为品质因子,则近似有$\begin{cases}\dot{E}_s+\frac{1}{2}\frac{\omega_s}{Q_s}E_s=-\frac{1}{2}\frac{\omega_s}{\varepsilon_0}Im(\mathcal{P}_s)\\ \omega_s+\dot{\phi}_s=\Omega_s-\frac{1}{2}\frac{\omega_s}{\varepsilon_0}E_s^{(-1)}Re(\mathcal{P}_s)\end{cases}$
- 单模运转
  - 慢近似下：$\rho_{ab}=-\frac{1}{2}i\frac{\mathfrak{P}}{\hbar}E_se^{-i(\omega_st+\phi_s)}U_s(x)\left[\frac{\rho_{aa}-\rho_{bb}}{i(\omega_{ab}-\omega_s)+\gamma_T}\right],V_{ab}=-\frac{1}{2}\mathfrak{P}E_s(t)e^{-i(\omega_st+\phi_s)}U_s(x)+c.c$
  - 速率常数：$\Re=\frac{1}{2}\left(\frac{\mathfrak{P}E_s}{\hbar}\right)^2\left|U_s(x)\right|^2\gamma_T^{-1}L(\omega_{ab}-\omega_s)\ \ where\ L(\omega_{ab}-\omega_s)=\frac{\gamma_T^2}{\gamma_T^2+(\omega_{ab}-\omega_s)^2}$
  - 稳态解：$\rho_{aa}-\rho_{bb}=\frac{\Delta n_0(x)}{1+\left(\frac{\Re}{\Re_s}\right)}\ where\ \Re_s=\frac{\gamma_a\gamma_b}{\gamma_a+\gamma_b}\,,\Delta n_0(x)=\frac{\lambda_a}{\gamma_a}-\frac{\lambda_b}{\gamma_b}$ 为小信号粒子数反转
  - 则$\mathcal{P}_s(t)=-\frac{\mathfrak{P}^2}{\hbar}E_s\frac{(\omega_{ab}-\omega_s)+i\gamma_T}{(\omega_{ab}-\omega_s)^2+\gamma_T^2}\cdot\frac{1}{C}\int_0^L dx\left|U_s(x)\right|^2\Delta n_0(x)\left[1-\frac{\Re(x)}{\Re_s}\right]\approx-\frac{\mathfrak{P}^2}{\hbar}E_s\overline{\Delta n_0}\left[\frac{(\omega_{ab}-\omega_s)+i\gamma_T}{(\omega_{ab}-\omega_s)^2+\gamma_T^2}\right]\left[1-\frac{3}{2}\frac{\gamma_{ab}\gamma_T I_s}{(\omega_{ab}-\omega_s)^2+\gamma_T^2}\right]$ (弱光)
    Where $I_s=\frac{1}{2}\frac{\mathfrak{P}^2}{\hbar^2\gamma_a\gamma_b}E_s^2,\ \overline{\Delta n_0}=\frac{1}{L}\int_0^L dx\,\Delta n_0(x)$
  - Thus $\dot{E}_s=E_s(\alpha_s-\beta_sI_s),\omega_s+\dot{\phi}_s=\Omega_s+\sigma_s-\rho_sI_s$

参数	物理意义
$\alpha_s=L(\omega_{ab}-\omega_s)F_1-\omega/(2Q_s)$	线性净增益系数
$\beta_s=L^2(\omega_{ab}-\omega_s)F_3$	饱和系数
$\sigma_s=\left[\frac{\omega_{ab}-\omega_s}{\gamma_T}\right]L(\omega_{ab}-\omega_s)F_1$	频率牵引系数
$\rho_s=\left[\frac{\omega_{ab}-\omega_s}{\gamma_T}\right]L^2(\omega_{ab}-\omega_s)F_3$	频率排斥系数
$F_1=\frac{\omega_s\mathfrak{P}^2\,\overline{\Delta n_0}}{\varepsilon_0\hbar\gamma_T\ \ 2}$	
$F_3=\frac{F_1 3\gamma_{ab}}{2\gamma_T}$	

  - 稳态光强解:$I_s=\frac{\alpha_s}{\beta_s}=\frac{2}{3}\frac{L(\omega_{ab}-\omega_s)-\frac{1}{\eta}}{\left(\frac{\gamma_{ab}}{\gamma_T}\right)L^2(\omega_{ab}-\omega_s)}$,临界粒子数反转:$\overline{\Delta n_{th}}=\frac{\varepsilon_0\hbar\gamma_T}{Q_s\mathfrak{P}^2}$,相对激发度$\eta=\frac{\overline{\Delta n_0}}{\overline{\Delta n_{th}}}$
    时域解：$I_s(t)=\frac{\alpha_sI_0e^{2\alpha_st}}{\alpha_s-\beta_sI_0+\beta_sI_0e^{(2\alpha_s)t}}$
- 多模运转
  - 微扰展开，零阶近似：$\rho_{aa}^{(0)}=\frac{\lambda_a}{\gamma_a},\rho_{bb}^{(0)}=\frac{\lambda_b}{\gamma_b},\rho_{ab}^{(0)}=0,\Delta n_0=\frac{\lambda_a}{\gamma_a}-\frac{\lambda_b}{\gamma_b}$
  - 则得一阶：$\rho_{ab}^{(1)}=-\frac{1}{2}i\frac{\mathfrak{P}}{\hbar}\Delta n_0\Sigma_\sigma E_\sigma(t)e^{-i(\omega_\sigma t+\phi_\sigma)}U_\sigma(x)D_T(\omega_{ab}-\omega_\sigma),D_x(\Delta\omega)=\frac{1}{\gamma_x+i\Delta\omega},where\ x=a,b,T$
  - 则可得：$\rho_{aa}^{(2)}=-\frac{1}{4}\left(\frac{\mathfrak{P}}{\hbar}\right)^2\Delta n_0\sum_\rho\sum_\sigma E_\rho E_\sigma U_\rho^*U_\sigma e^{i\left[(\omega_\rho-\omega_\sigma)t+\phi_\rho-\phi_\sigma\right]}D_a\left(\omega_\rho-\omega_\sigma\right)\left[D_T(\omega_{ab}-\omega_\sigma)+D_T(\omega_\rho-\omega_{ab})\right]$
    $\rho_{bb}^{(2)}=\frac{1}{4}\left(\frac{\mathfrak{P}}{\hbar}\right)^2\Delta n_0\sum_\rho\sum_\sigma E_\rho E_\sigma U_\rho^*U_\sigma e^{i\left[(\omega_\rho-\omega_\sigma)t+\phi_\rho-\phi_\sigma\right]}D_b\left(\omega_\rho-\omega_\sigma\right)\left[D_T(\omega_{ab}-\omega_\sigma)+D_T(\omega_\rho-\omega_{ab})\right]$
    $\rho_{ab}^{(3)}$
    $=\frac{1}{8}i\left(\frac{\mathfrak{P}}{\hbar}\right)^3\Delta n_0\sum_\mu\sum_\rho\sum_\sigma E_\mu E_\rho E_\sigma U_\mu U_\rho^*U_\sigma e^{-i\left[(\omega_\mu-\omega_\rho+\omega_\sigma)t+\phi_\mu-\phi_\rho+\phi_\sigma\right]}D_T\left(\omega_{ab}-\omega_\mu+\omega_\rho-\omega_\sigma\right)\left[D_a\left(\omega_{\rho\sigma}\right)+D_b\left(\omega_{\rho\sigma}\right)\right]\left[D_T(\omega_{ab}-\omega_\sigma)+D_T\left(\omega_\rho-\omega_{ab}\right)\right]$
  - 代入可得：$\dot{E}_s=\alpha_sE_s-\sum_\mu\sum_\rho\sum_\sigma E_\mu E_\rho E_\sigma Im\left(\theta_{s\mu\rho\sigma}e^{i\Psi_{s\mu\rho\sigma}}\right),\ \omega_s+\dot{\phi}_s=\Omega_s+\sigma_s-\sum_\mu\sum_\rho\sum_\sigma\frac{E_\mu E_\rho E_\sigma}{E_s}Im\left(\theta_{s\mu\rho\sigma}e^{i\Psi_{s\mu\rho\sigma}}\right),$
    Where 关联相位角：$\Psi_{s\mu\rho\sigma}=\left(\omega_s-\omega_\mu+\omega_\rho-\omega_\sigma\right)t+\phi_s-\phi_\mu+\phi_\rho-\phi_\sigma,\Delta n_{2l}=\frac{1}{L}\int_0^L dx\Delta n_0(x)\cos\left(\frac{2l\pi}{L}x\right)$
    耦合系数:$\theta_{s\mu\rho\sigma}=\frac{1}{4}i\left(\frac{\mathfrak{P}}{2\hbar}\right)^2F_1\gamma_T\left[1+\frac{1}{\Delta n_0}\left(\Delta n_{2(\rho-\sigma)}+\Delta n_{2(\rho-\mu)}\right)\right]D_T\left(\omega_{ab}-\omega_\mu+\omega_\rho-\omega_\sigma\right)\left[D_a\left(\omega_{\rho\sigma}\right)+D_b\left(\omega_{\rho\sigma}\right)\right]\left[D_T(\omega_{ab}-\omega_\sigma)+D_T\left(\omega_\rho-\omega_{ab}\right)\right]$
- 两模竞争
  - 记$s=s_0+1$与$s=s_0+2$分别为$s=1$和$s=2$.则:
    $\dot{E_1}=E_1\left[\alpha_1-Im(\theta_{1111})E_1^2-Im(\theta_{1122}+\theta_{1221})E_2^2\right];\dot{E_2}=E_2\left[\alpha_2-Im(\theta_{2222})E_2^2-Im(\theta_{2211}+\theta_{2112})E_1^2\right]$
  - 互饱和和系数：$\theta_{ss'}=\left(\frac{2\hbar^2\gamma_a\gamma_b}{\mathfrak{P}^2}\right)Im(\theta_{sss's'}+\theta_{ss's's})\ and\ I_1\beta_1=Im(\theta_{1111})E_1^2;I_2\beta_2=Im(\theta_{2222})E_2^2$

Thus $\dot{I_1} = 2I_1(\alpha_1 - \beta_1 I_1 - \theta_{12} I_2); \dot{I_2} = I_2(\alpha_2 - \beta_2 I_2 - \theta_{21} I_1)$

同样 $\omega_1 + \dot{\phi_1} = \Omega_1 + \sigma_1 - \rho_1 I_1 - \tau_{12} I_2; \omega_2 + \dot{\phi_2} = \Omega_2 + \sigma_2 - \rho_2 I_2 - \tau_{21} I_1$ *where* $\tau_{ss'} = \left(\frac{2\hbar^2 \gamma_a \gamma_b}{\mathfrak{P}^2}\right) Re(\theta_{sss's'} + \theta_{ss's's})$

- 稳态解：$I_1^{(s)} = 0, I_2^{(s)} = \frac{\alpha_2}{\beta_2}$，稳定条件：$\alpha_1' = \alpha_1 - \theta_{12}\frac{\alpha_2}{\beta_2}$；

  $I_1^{(s)} = \frac{\alpha_1}{\beta_1}, I_2^{(s)} = 0$，同理；

  $\mathrm{I}_1^{(\mathrm{s})} = \frac{\alpha_1'}{\beta_1(1-\mathfrak{C})}; \mathrm{I}_2^{(\mathrm{s})} = \frac{\alpha_2'}{\beta_2(1-\backslash\mathrm{frakturC})}$；where $\mathfrak{C} = \frac{\theta_{12}\theta_{21}}{\beta_1\beta_2}$为耦合强度系数。$\mathfrak{C} < 1$，弱耦合，稳定。

- 三模运转
  - 定义：$\Psi = \Psi_{2123} = (2\omega_2 - \omega_1 - \omega_3)t + 2\phi_2 - \phi_1 - \phi_3$
  - 则$\begin{cases} \dot{E_1} = E_1(\alpha_1 - \sum_{s=1}^{3}\theta_{1s}I_s) - I_m(\theta_{1232}e^{-i\Psi})E_2^2E_3 \\ \dot{E_2} = E_2(\alpha_2 - \sum_{s=1}^{3}\theta_{2s}I_s) - Im[(\theta_{2123} + \theta_{2321})e^{i\Psi}]E_1E_2E_3 \\ \dot{E_3} = E_3(\alpha_3 - \sum_{s=1}^{3}\theta_{3s}I_s) - Im(\theta_{3212}e^{-i\Psi})E_2^2E_1 \end{cases}$ *and* $\begin{cases} \omega_1 + \dot{\phi_1} = \Omega_1 + \sigma_1 - \sum_{s=1}^{3}\tau_{1s}I_s - \frac{Re(\theta_{1232}e^{-i\Psi})E_2^2E_3}{E_1} \\ \omega_2 + \dot{\phi_2} = \Omega_2 + \sigma_2 - \sum_{s=1}^{3}\tau_{2s}I_s - Re[(\theta_{2123} + \theta_{2321})e^{i\Psi}]E_1E_3 \\ \omega_3 + \dot{\phi_3} = \Omega_3 + \sigma_3 - \sum_{s=1}^{3}\tau_{3s}I_s - \frac{Re(\theta_{3212}e^{-i\Psi})E_2^2E_1}{E_3} \end{cases}$
  - 无闭锁因子：$d = 2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3 - \sum_{s=1}^{3}(2\tau_{2s} - \tau_{1s} - \tau_{3s})E_s^2$ 闭锁因子：$\begin{cases} l_s = Im[2E_1E_3(\theta_{2123} + \theta_{2321}) + \left(\frac{\theta_{1232}E_3}{E_1} + \frac{\theta_{3212}E_1}{E_3}\right)E_2^2] \\ I_c = Re[-2E_1E_3(\theta_{2123} + \theta_{2321}) + \left(\frac{\theta_{1232}E_3}{E_1} + \frac{\theta_{3212}E_1}{E_3}\right)E_2^2] \end{cases}$
  - $Thus\, \Psi = d + lsin(\Psi - \Psi_0)$, $where\ l = \sqrt{l_c^2 + l_s^2}$ $and\ \Psi_s = -\tan^{-1}\left(\frac{l_c}{l_s}\right)$
  - $|d| > |l|$，Ψ平均变化频率 $\overline{\Delta\nu} = \frac{1}{\mathrm{T}} = \frac{\sqrt{\mathrm{d}^2 - \mathrm{l}^2}}{2\pi}$
  - 稳态解：$\Psi_1^{(s)} = \Psi_0 - \sin^{-1}\left(\frac{d}{l}\right), \Psi_2^{(s)} = \Psi_0 + \pi + \sin^{-1}\left(\frac{d}{l}\right)$，只有一个是稳定的，稳态条件：$lcos(\Psi^s - \Psi_0) < 0$
  - 若 $\omega_2 = \omega_{ab}$ 且$l < 0, d = 0$ 则$\Psi^{(s)} = 0$ 即$\omega_3 - \omega_2 = \omega_2 - \omega_1 \approx \Delta\omega_{\mathrm{L}}, \phi_3 - \phi_2 = \phi_2 - \phi_1$，若使$\phi_2 - \phi_1 = 0$，则锁模，脉冲间隔$\tau = \frac{2L}{c}$
  - $l > 0$ *and* $d = 0$ 则$\Psi^{(s)} = \pi$，其为调相波 $\propto A(t) = A_0 e^{(-i(\Omega t + Bsin\omega t))}$

Memory Two

2020年11月29日 15:05

- 多普勒：$\nu_u = \nu_0 u_z/c, \nu_0' \approx \nu_0 + \nu_u$
- 多普勒线型函数：$g_D(\nu_u) = \frac{c}{\nu_0}\sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} e^{-\frac{m}{2k_B T}\left(\frac{c}{\nu_0}\right)^2 \nu_u^2}, thus\ dn = n_0 g_D(\nu_u) d\nu_u, and$ 线宽$\Delta\nu_D = 2\nu_0\sqrt{\frac{2k_BT}{mc^2}\ln 2}$
- 对辐射场的贡献：$d\mathcal{P}(\nu) = h\nu \cdot A_{21} g_H(\nu, \nu_0 + \nu_u) \cdot n_2 g_D(\nu_u) d\nu_u \Rightarrow \mathcal{P}(\nu) \approx h\nu_0 n_2 A_{21} \int_{-\infty}^{+\infty} g_H(\nu, \nu_0 + \nu_u) g_D(\nu_u) d\nu_u$
  - $\Delta\nu_D \ll \Delta\nu_H, \mathcal{P} = h\nu_0 n_2 A_{21} g_H(\nu, \nu_0); \Delta\nu_D \gg \Delta\nu_H, \mathcal{P} = h\nu_0 n_2 A_{21} g_D(\nu - \nu_0)$
- 非均匀加宽增益介质的粒子数反转：$d[\Delta n(\nu_u)] = \frac{\Delta n_0 g_D(\nu_u) d\nu_u}{1 + I_{\nu_1}\frac{\tau_2 \sigma(\nu_1 - \nu_u, \nu_0)}{h\nu_0}}\ where\ \sigma(\nu_1 - \nu_u, \nu_0) = \sigma_{peak}\frac{(\Delta\nu_H/2)^2}{(\nu_1 - \nu_u - \nu_0)^2 + (\Delta\nu_H/2)^2}$

  对增益系数的贡献：$g(\nu_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} dg(\nu_1, \nu_u)\ where\ dg(\nu_1, \nu_u) = \frac{\sigma_{peak}\Delta n_0 g_D(\nu_u)(\Delta\nu_H/2)^2 d\nu_H}{(\nu_1 - \nu_u - \nu_0)^2 + (\Delta\nu_H/2)^2\left[1 + I_{\nu_1}\left(\tau_2\sigma_{\text{peak}}/h\nu_0\right)\right]}$

  定义饱和光强：$I_{S0} = \frac{h\nu_0}{\tau_2\sigma_{peak}}\ then\ if\ \Delta\nu_D \gg \Delta\nu_H, g(\nu_1) = g_0(\nu_1)\frac{1}{\sqrt{1 + \left(I_{\nu_1}/I_{S_0}\right)}}$

  $where\ g_0(\nu_1) = \sigma_{peak}\Delta n_0 g_D(\nu_1 - \nu_0)\frac{\Delta\nu_H}{2}\pi$

  粒子数反转谱密度表达式：$\psi(\nu_u) = \frac{(\nu_1 - \nu_u - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Delta\nu_H}{2}\right)^2}{(\nu_1 - \nu_u - \nu_0)^2 + (\Delta\nu_H/2)^2\left[1 + \left(I_{\nu_1}/I_{S_0}\right)\right]}$

  $where\ \psi_0(\nu_u) = \Delta n_0\left[\frac{2}{\Delta\nu_D}\sqrt{\frac{ln2}{\pi}} e^{-4ln2\frac{\nu_u^2}{\Delta\nu_D^2}}\right]$(小信号谱密度)
  - 烧孔密度：$\psi_0(\nu_u) - \psi(\nu_u) = \frac{I_{\nu_1}/I_{S_0}}{1 + \left(I_{\nu_1}/I_{S_0}\right)}\psi_0(\nu_u)$ 烧孔宽度：$\Delta\nu_u = \sqrt{1 + \left(I_{\nu_1}/I_{S_0}\right)}\Delta\nu_H$
  - 输出光强

    受激辐射截面：$\sigma(\nu_{1\pm}, \nu_0) = \sigma_{\text{peak}}\frac{(\Delta\nu_H/2)^2}{\left((\nu_{1\pm} - \nu_0)^2 + (\Delta\nu_H/2)^2\right)}$

    稳态粒子数反转：$d[\Delta n(\nu_u)] = \frac{\mathcal{R}\tau_2\frac{2}{\Delta\nu_{\text{Dd}}}\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} e^{-\frac{4\ln 2\nu_u^2}{\Delta\nu_D^2}} d\nu_u}{1 + \frac{\sigma(\nu_{1+}, \nu_0)\tau_2 I}{h\nu_0} + \frac{\sigma(\nu_{1-}, \nu_0)\tau_2 I}{h\nu_0}}$

    平均增益系数：$\bar{g} = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{[\sigma(\nu_{1+}, \nu_0) + \sigma(\nu_{1-}, \nu_0)]}{2} d[\Delta n(\nu_u)]$

    小信号：$g_o(\nu_1) = \mathcal{R}\tau_2\sigma_{peak}\sqrt{\pi ln2}\frac{\Delta\nu_H}{\Delta\nu_D} e^{-4\ln 2\frac{(\nu_1 - \nu_0)^2}{\Delta\nu_D^2}}\ (\Delta\nu_D \gg \Delta\nu_H)$

    I较小：$\bar{g} = g_0(\nu_1) - \beta_+ I - \beta_- I - \theta I\ where\ \beta_+ = \beta_- = \frac{g_0(\nu_1)\tau_2\sigma_{peak}}{h\nu_0}, \theta = \frac{2g_0(\nu_1)\tau_2}{\pi\sigma_{peak}h\nu_0\Delta\nu_H}\int_{-\infty}^{+\infty}\sigma(\nu_1 - \nu_u, \nu_0)\sigma(\nu_1 + \nu_u, \nu_0) d\nu_u$
    - 稳态光强：$I^{(s)} = \frac{g_0(\nu_1) - g_{th}}{\beta_+ + \beta_- + \theta}$
- 临界粒子反转数：$\Delta n_{th} = \frac{g_{th}}{\sigma} = \frac{1}{c\sigma\tau_R} = \frac{2\pi}{\lambda\sigma Q}$
  - 修正后的微分方程组$\begin{cases}\frac{d\Delta n}{dt} = -2\Delta n\frac{\sigma I}{h\nu_1} = -2\frac{\Delta n}{\Delta n_{th}}\frac{I}{h\nu_1 c\tau_R} \\ \frac{dI}{dt} = c\sigma\Delta n I - \frac{I}{\tau_R} = \left(\frac{\Delta n}{\Delta n_{th}} - 1\right)\frac{I}{\tau_R}\end{cases} \Rightarrow I = I_0 + \frac{1}{2}h\nu_1 c(\Delta n_0 - \Delta n + \Delta n_{th}\ln\frac{\Delta n}{\Delta n_0})$
    - Peak:$I_{max} = I_0 + \frac{1}{2}hvc\left(\Delta n_0 - \Delta n_{th} + \Delta n_{th}\ln\frac{\Delta n_{th}}{\Delta n_0}\right) \approx \frac{1}{2}hvc\Delta n_0\ when\ \Delta n_0 \gg \Delta n_{th}$
    - Final state:$\frac{\Delta n_F}{\Delta n_0} = 1 + \frac{\Delta n_{th}}{\Delta n_0}\ln\frac{\Delta n_F}{\Delta n_0}\ where$ 激发度:$\frac{\Delta n_0}{\Delta n_{th}}$
    - 设透射率为T,非投射损耗为δ则 $\mathrm{E_{pulse}} = \frac{\mathrm{T}}{2(\mathrm{T}+\delta)}\mathrm{h\nu}(\Delta\mathrm{n_0} - \Delta\mathrm{n_F})\mathrm{V} \approx \frac{1}{2}\mathrm{h\nu}\Delta\mathrm{n_0}\mathrm{V}\frac{\mathrm{T}}{\delta+\mathrm{T}}$
    - Pulse duration:$\tau_{\text{pulse}} = -h\nu c\tau_R\int_{\Delta n_1}^{\Delta n_2}\frac{\Delta n_{th}}{2I\Delta n} d\Delta n$
  - 最佳脉冲间隔：t_{pulse}~$(2\sim4)\tau_2$
- Q开关
  - 布拉格声光衍射：$\sin\theta_B = \frac{\lambda}{2n\lambda_A}$ 衍射效率：$\eta_B = \frac{I_d}{I_i} = \sin^2\left(\frac{\omega\varepsilon_n L}{2c\cos\theta_B}\right)$，$\varepsilon_n$为声波场产生折射率变化振幅，L晶体作用宽度

    $L \gg \Delta x = \frac{\lambda_A}{\theta_B} = \frac{2n\lambda_A^2}{\lambda}$
  - 电光Q开关：泡克尔斯效应：$n_y = n + \frac{1}{n}\mathcal{X}_2|E_0|$,泡克尔斯系数：$r = \frac{2}{n^4}\mathcal{X}_2$，

    对双折射晶体(光轴z方向):xy的相位差,$\frac{1}{2}\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{1}{2}\mathrm{n_0^3 r_{22}}|\mathrm{E_0}|\mathrm{L} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \mathrm{V_{\frac{1}{2}}} = \frac{\lambda}{4\mathrm{n_0^3 r_{22}}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{L}}$
  - 可饱和吸收介质：$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + \left(\frac{I}{I_S}\right)}\ where\ \alpha_0 = \sigma n_1, I_S = \frac{h\nu}{\sigma\tau}$

- 锁模：$E(t)=\sum_{s=1}^{\mathcal{S}}E_0e^{-i[\omega_s t+\phi_s(t)]},if\ \phi_s(t)=0\ set\ \omega_s=\omega_1+(s-1)\Delta\omega_{\mathrm{L}}\ where\ \Delta\omega_L=\frac{\pi c}{L}$
  - $\mathrm{E}(t)=E_0e^{-i\omega_1 t}\frac{1-e^{-i\mathcal{S}\Delta\omega_L t}}{1-e^{-i\Delta\omega_L t}};I(t)=\frac{1}{2}\varepsilon_0 c\left|E_0\right|^2\frac{\sin^2\left(\mathcal{S}\Delta\omega_L t/t\right)}{\sin^2\left(\Delta\omega_L t/2\right)}\Rightarrow with\ \Delta\omega_L\cdot t=m2\pi,I_{max}=\frac{1}{2}\varepsilon_0 c\mathcal{S}^2\left|E_0\right|^2$
  - Thus $t_{pulse}=\frac{2L}{c}\ and\ \tau_{pulse}=\frac{2L}{\mathcal{S}c},\mathcal{P}_{max}=\mathcal{S}\bar{\mathcal{P}},where\ \bar{\mathcal{P}}=\frac{1}{2}\varepsilon_0 c\mathcal{S}\left|E_0\right|^2\cdot A=I\cdot A$
  - If $E(t)=\sum_{s=1}^{\mathcal{S}}E_s e^{-i\omega_s t},suppose\ \mathcal{E}(\omega)=\mathcal{E}_0(\omega)\sum_{s=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-\omega_0-s\Delta\omega_L)$
    - $suppose\ E_0(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\mathcal{E}_0(\omega)e^{-i\omega t}\frac{d\omega}{2\pi}\ \ \text{then}\ E(t)=\frac{2\pi}{\Delta\omega_L}e^{i\omega_0 t}\sum_{-\infty}^{\infty}E_0\left(t-m\frac{2\pi}{\Delta\omega_L}\right)\ where\ t_{\text{pulse}}=\frac{2\pi}{\Delta\omega_L}\ and\ \tau_{pulse}=\frac{1}{\Delta\nu}=\frac{1}{\mathcal{S}\Delta\nu_L}$
  - *Approach*
    - 光损耗调制*set:*$g_{th}=g_{th0}(1-\varepsilon cos\Omega t),then\ I_s=I_{s0}(1+\varepsilon' cos\Omega t)\ where\ \varepsilon'=\frac{I_S}{I_{s0}}\frac{g_{s0}}{g_{th0}}\varepsilon$

      $E_s(t)=E_{s0}\sqrt{1+\varepsilon' cos\Omega t}\cos\left(\omega_s t+\phi_j\right)\approx E_{s0}\cos\left(\omega_s t+\phi_s\right)+\frac{1}{4}E_0\varepsilon'\cos\left[\left(\omega_s+\Omega\right)t+\phi_s\right]+\frac{1}{4}E_0\varepsilon'\cos\left[\left(\omega_s-\Omega\right)t+\phi_s\right]\ thus\ let\ \Omega=\Delta\omega_L$
    - *Optical Kerr effect:*$n=n_0+n_2 I$
- 光纤激光器
  - 布拉格光栅：$n(x)=\bar{n}+\delta ncos\left(\frac{2\pi x}{\Lambda}\right)$,布拉格波长：$\lambda_b=2\bar{n}\Lambda,$

    反射率:$R=\tanh^2(\frac{\pi\delta n}{\lambda_B}L)$反射带宽：$\frac{\delta\lambda}{\lambda_B}=\frac{\delta n}{2n}$
  - 四能级：参杂离子pump吸收系数：$\alpha_p=n_0\sigma_p$ 小信号：$\ln\frac{I_2}{I_1}=\ln G=\frac{I_{p0}\sigma_2\tau_2}{h\nu_p}$

    临界增益：$\ln G_{th}=\alpha L+\frac{1}{2}\ln\frac{1}{R_1R_2}$;光子寿命：$\tau_R=\frac{nL}{c\ln G_{th}}$

    稳态粒子数反转和稳态光强:$\begin{cases}\Delta N^s=\Delta N_{th}=\frac{nA_cL}{c\sigma\tau_R}\\ I^s=\frac{h\nu_1}{\sigma\tau_2}\left(\frac{\mathcal{R}_T}{(\mathcal{R}_{th})_T}-1\right)\end{cases}where\ \begin{cases}\mathcal{R}_T=\int_0^L\mathcal{R}(z)\cdot A_c dz\approx\mathcal{P}_p/h\nu_p(\alpha_p\gg1)\\ (\mathcal{R}_{th})_T=\frac{nA_cL}{c\sigma\tau_R\tau_2}\end{cases}$

    输出功率：$\mathcal{P}_0=\eta_s\left(\mathcal{P}_p-\mathcal{P}_{th}\right)\ where\ \eta_s=\frac{T}{2\ln G_{th}}\frac{h\nu_1}{h\nu_p}$
  - 准三能级

    麦卡博关系：$\frac{n_1\sigma_a}{n_2\sigma_e}=e^{\frac{h\nu}{kT}}\Rightarrow\frac{\sigma_a}{\sigma_e}=e^{\frac{h(\nu-\nu_z)}{kT}},\Delta E_z=h\nu_z$为零线能极差

    激光增益系数：$g(\lambda)=n_2\sigma_e-n_1\sigma_{\mathrm{a}}$

    透明泵浦光强：$I_{pth}=I_{p\mathcal{S}}\left[\frac{\sigma_{sa}/\sigma_{\mathrm{se}}}{1-e^{-(h\nu_p-h\nu)/kT}}\right],where\ I_{p\mathcal{S}}=\frac{h\nu_p}{\sigma_{pa}\tau_2}$
- 半导体激光器
  - 电子空穴能量:电子导带底：$E_c(k)=E_{c0}+\frac{\left(\hbar\left|\vec{k}\right|\right)^2}{2m_n}$ 空穴价带顶：$E_v(k)=E_{v0}-\frac{\left(\hbar\left|\vec{k}\right|\right)^2}{2m_p}$
  - 体材料能带态密度：$\rho_c(E)=\frac{1}{2\pi^2\hbar^3}\left(2m_n\right)^{\frac{3}{2}}\sqrt{E-E_c}\ or\propto\left(2m_p\right)^{\frac{3}{2}}\sqrt{E_v-E}$
  - 电子空穴的统计分布：电子态概率$f(E)=\frac{1}{1+\exp\left(\frac{E-E_F}{k_BT}\right)}$,

    $dn(E)=\rho_c(E)f(E)dE\Leftrightarrow dp(E)=\rho_v(E)[1-f(E)]$
  - 准热平衡状态：准费米能级：$E_{Fc}\ \&\ E_{Fv}\Rightarrow W_{21}=W_r f_c\left(E_2\right)\left[1-f_v\left(E_1\right)\right]\ and\ W_{12}=W_r f_v(E_1)[1-f_c\left(E_2\right)]$
  - 放大条件：$\Delta E_F-E_{21}>0$ 最大增益系数：$g_{max}\left(n_c\right)=g_0\ln\frac{n_c}{n_{tr}}\approx\alpha(n_c-n_{tr})$
  - 量子阱电子态密度：$\rho(E)=\frac{m^*}{\pi\hbar^2L_z}\sum_{E_n}H(E-E_n)$
  - 速率方程：$V_a\frac{dn_c}{dt}=\frac{\eta_i j}{e}-\left(W_{sp}+W_{st}+W_{nr}\right)V_a,where\ W_{st}=u_g\cdot g\cdot N$;自发辐射因子：$\beta_{sp}=\frac{c^3}{8\pi V_p n^2 n_g\nu^2\Delta\nu_{sp}}$

    $\begin{cases}\frac{dn_c}{dt}=\frac{\eta_i j}{eV_a}-\frac{n_c}{\tau}-v_g gN\\ \frac{dN}{dt}=\Gamma u_g gN+\Gamma\beta_{sp}W_{sp}-\frac{N}{tau_R}\end{cases}\ where\ \Gamma=\frac{V_a}{V_p}$为限制因子，为有源区体积比光腔体积，$\frac{1}{\tau_R}=v_g(\alpha_m+\alpha_i)$
  - 输出功率：$\begin{cases}P_0\left(j<j_{th}\right)=\eta_r\eta_i\left(\frac{\alpha_m}{\langle\alpha_i\rangle+\alpha_m}\right)\frac{h\nu}{e}\beta_{sp}j,where\ \eta_r=\frac{W_{\mathrm{sp}}}{W_{sp}+W_{nr}}\\ \mathrm{P}_0\left(j=j_{th}\right)=\eta_r\eta_i\left(\frac{\alpha_m}{\langle\alpha_i\rangle+\alpha_m}\right)\frac{h\nu}{e}\beta_{sp}j_{th}\\ P_0\left(j>j_{th}\right)=\eta_i\left(\frac{\alpha_m}{\langle\alpha_i\rangle+\alpha_m}\right)\frac{h\nu}{e}(j-j_{th})\end{cases}$
  - 调制频率响应：$\frac{P_1(\omega)}{j_1(\omega)}=\frac{\eta_i h\nu}{e}\frac{u_g\alpha_m\left(v_g\alpha N_0\right)}{u_g\alpha N_0/\tau_R-j\omega\left(u_g\alpha N_0+1/\tau\right)}$

期末考试 Ver.

2021年9月7日 14:57

- 光源性质
  - 单色亮度：$B=\frac{E}{\Delta T\Delta S\Delta\Omega\Delta\nu}$
  - 光强:$I=\frac{E}{\Delta T\Delta S}=B\Delta\Omega\Delta\nu$
  - 光强:$I=\frac{1}{2}nc\epsilon_0|E|^2=\frac{\Delta E}{\Delta t\Delta s}$
  - 光脉冲:$I(t)$；光谱:$I(s)$
- 波的描述
  - 平面波：$\vec{E}(\vec{r},t,\nu)=E_0\vec{e}\cos(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{z}-\phi_0)\rightarrow\tilde{E}(\vec{r})=E_0e^{i\left(\phi_0+\vec{k}\cdot\vec{r}\right)}$
    - 波前函数:$\psi(x_1,y_1)=E_0e^{ikz_1\sqrt{1-\cos^2\alpha-\cos^2\beta}}\cdot e^{ik(x_1\cos\alpha+y_1\cos\beta)}$
      $\vec{k}$与$x_1.y_1$夹角分别为α,β
  - 球面波：$\vec{E}(\vec{r},t,\nu)=\frac{E_0}{r}\vec{e}\cos(\omega t\pm\vec{k}\cdot\vec{z}-\phi_0)\rightarrow\tilde{E}(\vec{r})=\frac{E_0}{r}e^{i\left(\phi_0\pm\vec{k}\cdot\vec{r}\right)}$
    - 波前函数：$\psi(x_1,y_1)=\frac{E_0}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}}e^{ik\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}}\approx\frac{E_0}{z_1}e^{ikz_1}e^{\frac{ik\left(x_1^2+y_1^2\right)}{2z_1}}$
- 波的速度
  - 相速度：$v^p(r)=\frac{\omega}{|\nabla\phi(r)|}=\frac{c}{n}$
  - 群速度：$v_g=\frac{\delta\omega}{\delta k}=\nu_p-\lambda\frac{\partial\nu_p}{\partial\lambda}$
- 衍射与光子简并度:
  - 衍射极限角:$\sin\theta=1.22\frac{\lambda}{d}$,$d$为通光孔径
  - 所张立体角$d\Omega\approx\frac{\lambda^2}{\mathrm{d}^2}\Rightarrow$单位通光面积中可分辨模式数：$\frac{4\pi}{\lambda^2}$
  - 光谱频宽：$\delta\nu=\frac{1}{\tau_c}=\frac{c}{L_c}$
  - 单位体积内模式数：$\frac{g}{V}=\frac{g}{d^2L_c}=\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\Delta\nu=D(\nu)\Delta\nu,D(\nu)$即为模密度
  - 热光子:最几数目$n_i=\frac{g_i}{e^{h\nu_i/kT}-1}$
    光子简并度：$\bar{\delta}=\frac{\mathrm{n_i}}{\mathrm{g_i}}=\frac{1}{e^{h\nu_i/kT}-1}$
    单位体积，单位立体角单位频率光子数：$\bar{\delta}_{\Delta\Omega}=\frac{\lambda^2}{2}\frac{B}{h\nu}$
  - 能量密度：$\rho=D(\nu)\bar{\delta}h\nu=\frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\cdot\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}$
- 光的辐射吸收
  - 自发辐射：$\frac{dn_{21}}{n_2}=-A_{21}dt\Rightarrow\tau_{21}=\frac{1}{A_{21}};I(t)=I_0e^{-A_{21}t}$
  - 受激吸收：$\frac{dn_{12}}{dt}\cdot\frac{1}{n_1}\equiv W_{12}=B_{12}\rho(\nu,t)$
  - 受激辐射：$\frac{dn_{21}}{dt}\cdot\frac{1}{n_{21}}\equiv W_{21}=B_{21}\rho(\nu,t)$
    激光的产生就是利用受激辐射的过程产生大量完全相同的光子。
  - 爱因斯坦关系式：$\frac{\mathrm{A_{21}}}{\mathrm{B_{21}}}=\frac{8\pi\mathrm{h}\nu^3}{\mathrm{c}^3}=\mathrm{D}(\nu)\cdot\mathrm{h}\nu;\frac{\mathrm{B_{12}g_1}}{\mathrm{B_{21}g_2}}=1$
    - $\rho(\nu,T)=D(\nu)\cdot\bar{\delta}\cdot h\nu$
    - $\frac{W_{21}}{W_{12}}=\frac{g_1}{g_2},\frac{\mathrm{W_{21}}}{A_{21}}=\bar{\delta}$
  - 粒子数反转密度：$\Delta n\equiv n_2-\frac{g_2}{g_1}n_1$
    - 通常：$\Delta n\equiv\frac{g_2}{g_1}n_1(e^{-h\nu/kT}-1)$
  - 激光的产生:

        - 激光是一种特殊的光，系统的受激放大过程产生的高亮度相干光；是受激辐射过程超过受激吸收过程和自发辐射过程所产生的光放大
        - $\Delta n > 0; \bar{\delta} > 1$
- 激光器
    - 组成：工作介质，光学谐振腔，泵浦抽运源
        - 工作物质+泵浦源=激光放大器
        - 激光放大器+光学谐振腔=激光振荡器
    - 产生条件：粒子数反转，阈值条件（增益大于损耗）
    - 增益系数：$G(z) = \frac{1}{I(z)} \cdot \frac{dI(z)}{dz}$,广义:$G = G(\vec{r}, I, \nu)$
        - 与I无关小信号增益：$G_0 = G(\nu, z)$
        - 增益饱和：$I \uparrow G \downarrow$
    - 损耗系数：$\alpha = -\frac{dI}{dz} \cdot \frac{I}{I(z)}$
    - 阈值条件：$G^0 \geq G_t = \frac{\gamma}{l}$,$l$为激活介质长度，$\gamma$总单程损耗因子

      $\alpha_{总} = \frac{\gamma}{l} = \alpha_{内} - \frac{1}{2l}\ln(1-T_1)(1-T_2)$
- 光束特性
    - 增益线型
        - $G(\nu) = \frac{A_{21}\nu^2}{8\pi\nu_0^2}\phi(\nu)\Delta n(\nu)$, $\phi(\nu)$为荧光谱线线型
    - 时间特性
        - 连续波运转(CW运转) $\mathrm{P} = \frac{\Delta \mathrm{E}}{\Delta \mathrm{T}}$,光强 $I = \frac{\Delta E}{\Delta T \cdot \Delta S}$
        - 脉冲运转：
            - 自由振荡脉冲(随机)

              (单次/重复率脉冲)

              脉冲峰值功率 $P_m = \frac{\sum_j^N \Delta E_j}{\Delta t}$; Δt 波包半高宽

              单峰脉冲功率$P_{mj} = \frac{\Delta E_j}{\delta t}$
            - 调Q, $P_{mQ} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$, $\Delta t - -FWHM$
            - 锁模： 开关周期$T = \frac{2L}{c}$; $P_{m-L} = \frac{\Delta E_j}{\Delta t}, P_{avg} = \frac{\Delta E_j}{T}$
- 谱线加宽
    - 谱线
        - 线型函数：$\phi(\nu) = \frac{I(\nu)}{I_0}$;线宽FWHM：$\Delta\nu - - - \frac{1}{2}\phi(\nu_0)$

          $B_{12}(\nu) = B_{12}\phi(\nu); B_{21}(\nu) = B_{21}\phi(\nu); A_{21}(\nu) = A_{21}\phi(\nu)$
    - 加宽机制
        - 均匀加宽：$A_{21}(\nu) = A_{21}\phi(\nu) \Rightarrow I(\nu) = I_0\phi(\nu) = A_{21}N_2 h\nu\phi(\nu)$
        - 非均匀加宽:$N_2(\nu) = N_2\phi(\nu) \Rightarrow I(\nu) = A_{21}h\nu N_2(\nu)$
            - 频率烧孔： 某个ν_1处的谱线强度下降，整个谱线却没变化
        - 综合加宽：$I(\nu) = A_{21}(\nu)\mathrm{N}_2(\nu)\mathrm{h}\nu$
    - 谱线的自然宽度
        - 自发辐射几率决定谱线宽度：$\tau_s = \frac{1}{A_{21}}$

          $\phi_N(\nu, \nu_0) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\frac{\Delta\nu_N}{2}}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta\nu_N/2)^2}$ $where\ \Delta\nu_N = \frac{1}{2\pi\tau_s}, Lorentz$
    - 气体工作物质的加宽机制
        - 碰撞加宽：碰撞使能级寿命缩短

$$\phi_c(\nu,\nu_0)=\frac{1}{\pi}\cdot\frac{\frac{\Delta\nu_c}{2}}{(\nu-\nu_0)^2+(\Delta\nu_c/2)^2}\ where\ \Delta\nu_c=\frac{1}{2\pi\tau_c}=\alpha\cdot P;\alpha压力加宽系数$$

- 多普勒加宽
  - 光学多普勒：$\nu_0'\approx\nu_0\left(1+\frac{v_z}{c}\right)\Rightarrow v_z=\frac{\nu-\nu_0}{\nu_0};\mathrm{dv_z}=\frac{\mathrm{c}}{\nu_0}\mathrm{d\nu}$
  - 麦克斯韦统计：$\frac{n_2(v_z)}{n_2}=\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}}e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}}\Rightarrow\frac{n_2(\nu)}{n_2}=\frac{c}{\nu_0}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot e^{-\frac{mc^2(\nu-\nu_0)^2}{2kT\nu_0^2}}$
  - $\phi_D(\nu)=\frac{c}{\nu_0}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}}e^{-\frac{mc^2(\nu-\nu_0)^2}{2kT\nu_0^2}},\Delta\nu_\mathrm{D}=2\nu_0\left(\frac{2\mathrm{kT}}{\mathrm{mc}^2}\ln 2\right)^{\frac{1}{2}}\Rightarrow Guass$
- 固体加宽
  - Stark加宽，近似洛伦兹线性，严格需要实验测量（均匀加宽）
  - 掺杂不均匀加宽，非均匀加宽

- 增益特性
  - 一般表达式:$G(\nu,I)=\frac{A_{32}\nu^2}{8\pi\nu^2}\phi(\nu)\cdot\Delta n(I,\nu)=\sigma_{32}(\nu,\nu_0)\cdot\Delta n(I,\nu)$
  - 小信号: $I(\nu,z)=I_0e^{G^0(\nu)\cdot z}$
    - $\frac{d\phi}{dt}=B_{32}(\nu)\rho(\nu)\Delta n$
    - $I_0(\mathrm{v})\ll 1\rightarrow\Delta\mathrm{n}=\Delta\mathrm{n}^0,\mathrm{G}=\mathrm{G}(\nu)$
    - $\nu\sim\nu_0\rightarrow G^0(\nu)\propto\phi(\nu)$
  - 大信号增益特性
    - $\Delta n\downarrow\rightarrow$ 增益饱和
    - $\sigma_{32}=\sigma_{32}(\nu,\nu_0)$受激发射截面; $\sigma_{32}(\nu_0)$中心频率的受激发射截面
    - 均匀加宽： 整个增益曲线下降
      - 饱和光强：$I_s=\frac{h\nu}{\sigma_{32}\tau_s}=I_{s0}\frac{\left(\frac{\Delta\nu_L}{2}\right)^2+(\nu-\nu_0)^2}{\left(\frac{\Delta\nu_L}{2}\right)^2},\ \sigma_{32}(\nu)\approx\sigma_{32}$
      - 增益:

        $$\Delta n=\frac{(\nu-\nu_0)^2+\left(\frac{\Delta\nu_L}{2}\right)^2}{(\nu-\nu_0)^2+\left(\frac{\Delta\nu_L}{2}\right)^2\left(1+\frac{I}{I_{s0}}\right)}\cdot\Delta n^0$$

        $$\Rightarrow G_L(\nu,I)=G_L^0(\nu_0)\frac{\left(\frac{\Delta\nu_L}{2}\right)^2}{(\nu-\nu_0)^2+\left(\frac{\Delta\nu_L}{2}\right)^2\left(1+\frac{I}{I_{s0}}\right)}=\frac{G_L^0(\nu)}{1+\frac{I(\nu)}{I_s(\nu)}}$$

        $$G_L^0(\nu)=G_L^0(\nu_0)\frac{\left(\frac{\Delta\nu_L}{2}\right)^2}{(\nu-\nu_0)^2+\left(\frac{\Delta\nu_L}{2}\right)^2}$$

        Where $\mathrm{G_L^0(\nu_0)}=\frac{\mathrm{v}^2}{4\pi\nu_0^2\Delta\nu_\mathrm{L}\tau_\mathrm{s}}\cdot\Delta\mathrm{n}^0$
    - 非均匀加宽
      - 增益:

        $G_G(\nu,I)=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{I}{I_s(\nu)}}}G_G^0(\nu),G_G^0(\nu)=G_G^0(\nu_0)e^{-4\ln 2\left(\frac{\nu-\nu_0}{\Delta\nu_D}\right)^2};$

        Where $G_G^0(\nu_0)=\frac{A_{32}\nu^2}{4\pi^2\nu^2\Delta\nu_G}\sqrt{\pi\ln 2}$
    - 受激截面
      - $S_{吸收}=\sigma_{21}N_2=\sigma_{21}n_2A\Delta z;S_{发射}=\sigma_{12}\mathrm{n_1A\delta z}$
      - $\Delta P=(\sigma_{21}n_2-\sigma_{12}n_1)P\Delta z=W_{21}\left(n_2-\frac{g_2}{g_1}n_1\right)A\Delta zh\nu$

□ $\sigma_{21}=\frac{g_1}{g_2}\sigma_{12}; W=\frac{\sigma}{h\nu}\frac{P}{A}\rightarrow\sigma=\frac{h\nu W}{I}$

□ $G=\sigma_{21}\cdot\Delta n$

- 光学谐振腔
  - 单程谐振腔损耗因子: $\gamma=\frac{1}{2}\ln\frac{I_0}{I_1}=\frac{I_0-I_1}{2I_0}$
    - 横向偏出分损耗, a为镜子宽度(选择性)

      镜偏β角度$\gamma=\frac{1}{2m}=\frac{1}{2}\left(\frac{\beta L}{a}\right)^{\frac{1}{2}}$

      光发散角θ $\gamma_\theta=\frac{1}{2}\frac{L\theta}{a}$
    - 透射损耗(非选择性)

      $\gamma_{out}=-\frac{1}{2}\ln(1-T_1)(1-T_2)$
    - 衍射损耗(选择性)

      $\gamma_d=\frac{L\lambda}{a^2}$
    - 内损耗(非选择性)

      γ_i由实验测定
  - 光学谐振腔寿命τ_R(光子平均寿命)

    $I(t)=I_0e^{-\frac{t}{\tau_R}}\rightarrow\tau_R=\frac{L}{\gamma\cdot c}$
  - 品质因子

    $Q=2\pi\nu\frac{E}{P}=2\pi\nu\cdot\frac{L}{\gamma c}$

    E为腔内总能量. P为单位时间损耗能量
  - 谐振腔的线宽（本征线宽）

    $\Delta\nu_R=\frac{1}{2\pi\tau_R}=\frac{\nu}{Q}=\frac{\gamma c}{2\pi L}$
  - 菲涅尔数 $F=\frac{a^2}{L\lambda}$
    - 平面波单程衍射损耗的倒数、腔内最大的往返次数

      $\mathrm{F}=\frac{1}{\gamma_{d\text{平面波}}}$
    - 原始定义:从一面镜子中心看另一面镜子所包含的菲涅尔半波带数目
  - 主要结构形式
    - 双镜腔
      - □ 平行平面镜腔

        $\mathrm{R}_1=\mathrm{R}_2\Rightarrow\infty$
      - □ 实共焦球面镜腔

        $\frac{R_1}{2}+\frac{R_2}{2}=L$

        (实对称共焦腔：$R_1=R_2=L, f_1=f_2=\frac{L}{2}$)
      - □ 共心球面镜腔

        $R_1+R_2=L;$
      - □ 一般双镜球面腔: $\mathrm{R}_1,\mathrm{R}_2;\mathrm{L}$
      - □ 虚共焦球面镜腔

        $f_1-f_2=L\Rightarrow\frac{R_1}{2}-\frac{R_2}{2}=L$
      - □ 平面-棱镜腔
    - 多镜腔
      - □ 环形腔（+单向器）
      - □ 折迭腔（要考虑象差）

- 附加腔（+非线性物质，增大线宽）
- 复合腔（用反射干涉仪来取代其中一个反射镜，减小线宽）

▪ 质量标准

- 限模能力——相邻两模损耗差异
- 模体积——某个模光束在谐振腔中所占体积大小
- 模损耗大小
- 腔镜调整精度大小

○ 腔稳定性条件

▪ 光束传输矩阵

$\begin{pmatrix} x \\ \theta \end{pmatrix}$, x为离轴高度上正下负，$\theta = \tan\theta = \sin\theta$ 为夹角上正下负

- 自由空间 $\mathrm{M(L)} = \begin{pmatrix} 1 & \mathrm{L} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 薄透镜 $M(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$
- 球面反射镜 $M(R) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{pmatrix}$
- 界面折射 $\mathrm{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$
- 长度L折射n介质 $M(L) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{L}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 球面折射 $M(R) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_1}{n_2 R} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$
- 厚透镜 $M(f, t_1, t_2, L) = \begin{pmatrix} -1 - \frac{t_2}{f} & \frac{L n_1}{n_2} \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{h_1}{f} \end{pmatrix}$
- 平面反射镜: $M = I$
- 直角全反射镜：$M = \begin{pmatrix} -1 & \frac{2d}{n} \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

▪ 对称共焦腔：$L = r, f = \frac{r}{2}$，自再现光：$E(x,y) = E_0 \cdot e^{ik\frac{x^2+y^2}{2q_0}} = E_0 \cdot e^{\frac{x^2+y^2}{w_0^2}}$ $where\ q_0 = -if$

▪ 高斯光：$\mathrm{E(x,y,z)} = \mathrm{E_0}\frac{\mathrm{w_0}}{w(z)} e^{-\frac{r^2}{w^2(z)}} e^{i\phi(x,y,z)}$ $where$

$$\begin{cases} w_0 = \sqrt{\dfrac{2f}{k}} \\ w(z) = w_0\sqrt{1 + \dfrac{z^2}{\mathrm{f}^2}} \\ \phi(x,y,z) = k\left(z + \dfrac{r^2}{2R(z)}\right) - \arctan\left(\dfrac{z}{f}\right) \\ R(z) = z + \dfrac{f^2}{z} \end{cases}$$

等相方程(近似)：$r^2 = -2R(z)\cdot(z - z_1), if\ z \gg f$, 发散角$\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}$

曲率半径透镜变换：$\frac{1}{\mathrm{R_1}} - \frac{1}{\mathrm{R_2}} = \frac{1}{\mathrm{F}}$

▪ 高斯光束q参数变换

$q(z) = z + if \Rightarrow \frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i\frac{\lambda}{\pi w^2(z)}$

ABCD 定律: $M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$

$q_e = \frac{Aq_i + B}{Cq_i + D}$

▪ 稳定性条件

- 往返一次: $\mathrm{M} = \mathrm{M(R_1)M(L)M(R_2)M(L)}$

- □ $\lim_{n\to\infty}|M^n|<+\infty \to 0<g_1g_2<1, g_1=1-\frac{L}{R_1}; g_2=1-\frac{L}{R_2}$

- 光学谐振腔的衍射理论
  - 惠根斯-菲涅尔原理

    $u(x,y)=\frac{ik}{4\pi}\iint u(x',y')\frac{e^{-ik\rho}}{\rho}(1+\cos\theta)ds'$
  - 单程因子

    $u_{j+1}=\frac{1}{\gamma}u_j, \gamma=\mathrm{e}^{\alpha+\mathrm{i}\beta}$

    $\gamma_{损}=\frac{|u_q|^2-|u_{q+1}|^2}{|u_q|^2}=1-\left|\frac{1}{\gamma}\right|^2 \Rightarrow \Phi=-\beta=\arg(1/\gamma)$

    谐振条件

    $\Phi=-\beta=q\pi$
  - 高阶模式解

    厄密高斯光：$E_{lm}(x,y,z)=E_0\frac{w_0}{w(z)}e^{-\frac{r^2}{w^2(z)}}e^{i\left(kz+\frac{kr^2}{2R(z)}-\omega t\right)}H_l\left(\frac{\sqrt{2}}{w(z)}x\right)H_m\left(\frac{\sqrt{2}}{w(z)}y\right)e^{-i(l+m+1)\alpha}$,

    $where\ H_m(x)=e^{x^2}(-1)^m\frac{d^m}{dx^m}e^{-x^2}, \alpha=\arctan\left(\frac{z}{f}\right)$ (方形边界腔)

    光斑的相邻膜瓣之间相差π位相

    拉盖高斯光：$E_{mn}(x,y,z)=E_0\frac{w_0}{w(z)}e^{-\frac{r^2}{w^2(z)}}e^{i\left(kz+\frac{kr^2}{2R(z)}-\omega t\right)}\left(\frac{\sqrt{2}r}{w(z)}\right)^m L_n^{(m)}\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right)e^{-i(m+2n+1)\alpha}e^{-im\phi}$

    where $\mathrm{L_n^{(m)}(x)}=\sum_{\mathrm{k=0}}^{\mathrm{n}}\frac{(m+n)!\,(-x)^k}{(m+k)!\,k!\,(n-k)!}$ (圆形边界腔)

    光斑的相邻膜瓣之间相差π位相
  - 谐振频率：

    厄密高斯光：$\nu_{slm}=\frac{c}{2L}\left[s+\frac{1}{\pi}(l+m+1)arcos\sqrt{g_1g_2}\right]$

    拉盖高斯光: $\mathrm{\nu_{smn}}=\frac{\mathrm{c}}{2\mathrm{L}}\left[\mathrm{s}+\frac{1}{\pi}(\mathrm{m}+2\mathrm{n}+1)\arccos\sqrt{\mathrm{g_1g_2}}\right]$

    $arcos\sqrt{g_1g_2}\approx\frac{\pi}{2}$, c应取材料内光速

    简并模：相同谐振频率
  - 发散角

    $2\theta_{1/e^2}=2\frac{\lambda}{\pi w_0}\approx 1.27\frac{\lambda}{2w_0}\Rightarrow\frac{\text{功率}}{\text{总功率}}=86.5\%$

    艾里斑: $\Delta\theta=1.22\frac{\lambda}{D}, \frac{\text{功率}}{\text{总功率}}=83.78\%$
  - 厄密高斯光
    - □ 基模体积

      $V_{00}=\int_{-L/2}^{+L/2}\pi w^2(z)dz=\frac{2}{3}\lambda L^2$

      $V_{00eff}=\pi w_0^2\left(z_2-z_1-\frac{1}{3f^2}(z_2^3-z_1^3)\right)$
    - □ 发散角

      $\theta_{(m,1/e^2)}=\sqrt{2m+1}\theta_{1/e^2}; \theta_{n,1/e^2}=\sqrt{2l+1}\theta_{1/e^2}$

      $V_{mn}=\sqrt{(2m+1)(2l+1)}V_{00}$;

      $V_{\mathrm{mneff}}=\sqrt{(2\mathrm{m}+1)(2\mathrm{l}+1)}\mathrm{V_{00eff}}$
  - 拉盖尔高斯光 ($p\to n$ 径向节线; $l\to m$角向节线)
    - □ $\mathrm{w_{pl}}=\sqrt{2p+l+\frac{1}{2}}w_0$,相邻膜瓣相差$\pi$
  - 一般稳定球面镜腔和等价共焦腔

- □ 一个实对称共焦球面腔→ 无穷多个稳定球面腔
- □ 一个稳定球面腔→ 一个等价实对称共焦球面镜腔
- □ 球面镜自再现方程：$\begin{cases} z_1 = \frac{L(r_2-L)}{2L-r_1-r_2} = -\frac{g_2(1-g_1)L}{g_1+g_2-2g_1g_2} \\ z_2 = -\frac{L(r_1-L)}{2L-r_1-r_2} = \frac{g_1(1-g_2)L}{g_1+g_2-2g_1g_2} \\ f^2 = \frac{L(r_1-L)(r_2-L)(r_1+r_2-L)}{[(L-r_1)+(L-r_2)]^2} = \frac{g_1g_2(1-g_1g_2)L^2}{(g_1+g_2-2g_1g_2)^2} \end{cases}$
  - 有解条件:$0 \le g_1g_2 \le 1, where\ g_1 = 1-\frac{L}{r_1}; g_2 = 1-\frac{L}{r_2}$
- □ 模体积

  $w_0 = \sqrt{\frac{\lambda L'}{2\pi}}, L' = 2f$

  $V_{00} = \pi w_0^2\left(z_2 - z_1 + \frac{1}{3f^2}\left(z_2^3 - z_1^3\right)\right)$
- □ 有效菲涅尔数

  $F_{1eff} = \frac{a_1^2}{L\lambda}\sqrt{\frac{g_1}{g_2}(1-g_1g_2)}$

  $F_{2eff} = \frac{a_2^2}{L\lambda}\sqrt{\frac{g_1}{g_2}(1-g_1g_2)}$
- □ 平均单程耗散值

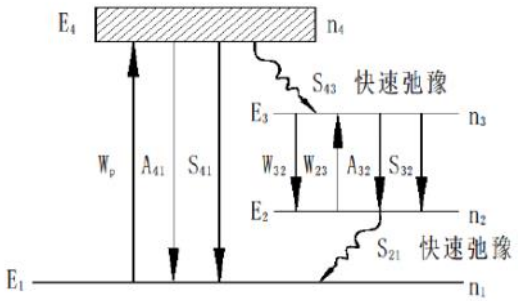
  $\gamma_{mn} = \frac{1}{2}\left(\gamma_{mn}^{(1)} + \gamma_{mn}^{(2)}\right)$

  $m,n \uparrow, \gamma_{mn} \uparrow; F_{eff} \uparrow, \gamma_{mn} \downarrow$

- 激光震荡，输出特性
  - 速率方程法(只解决平均光子数和平均粒子数反转)
    - 单纯二能级系统无法稳态运转

      $\frac{dn_2}{dt} = -Wn_2 + Wn_1 - A_{21}n_2 \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{W}{W+A_{21}} < 1$

      无法CW的激光器
      - □ 单纯二能级系统
      - □ 自终止能级系统
      - □ 能级结构
      - □ 工作物质物理特性，热传导等
    - 四能级系统



      单模式

$$\begin{cases} \dfrac{dn_1}{dt} = n_2 S_{21} + n_4(A_{41} + S_{41}) - n_1 W_p \\ \dfrac{dn_3}{dt} = n_4 S_{43} + W_{23} n_2 - W_{32} n_3 - n_3(S_{32} + A_{32}) \\ \dfrac{dn_4}{dt} = n_1 W_p - n_4(S_{41} + A_{41}) - n_4 S_{43} \end{cases}$$

$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = n; n_2 \approx 0$

- □ ϕ − 激光器中总光子， ϕ_a介质中的光子数

  有效模体积V_a，模体积V_R

  $W_{32} = B_a \phi_a \rightarrow B_a = B_{32} h\nu \phi(\nu, \nu_0)/V_a$

  $W_{32} = B_R \phi \rightarrow B_R = B_{32} h\nu \phi(\nu, \nu_0)/V_R$

  激光填充系数： $\frac{B_R}{B_a} \approx \frac{l}{L} = \eta_c$
- □ 介质中

  $\dfrac{d\phi}{dt} = B_a n_3 V_a + B_a \phi_a V_a \left(n_3 - \dfrac{g_3}{g_2} n_2\right)$
- □ 激光器中

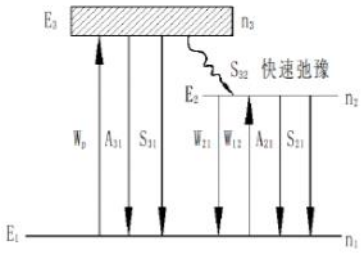
  $\dfrac{d\phi}{dt} = B_R n_3 V_a + B_R \phi V_a \left(n_3 - \dfrac{g_3}{g_2} n_2\right) - \dfrac{\phi}{\tau_R}$
- □ $E_4 \rightarrow E_3$ 的跃迁量子效率: $\eta_1 \equiv \dfrac{S_{43}}{S_{43} + A_{41} + S_{41}}$

  $E_3 \rightarrow E_2$的跃迁荧光效率: $\eta_2 = \frac{A_{32}}{A_{32} + S_{32}}$
- □ 理想四能级近似: $n_2 \approx 0, n_4 \approx 0, \frac{dn_4}{dt} \approx 0, \Delta n \approx n_3$

$\dfrac{d\Delta n}{dt} = (n - \Delta n) W_p \eta_1 - B_R \phi \Delta n - \dfrac{\Delta n A_{32}}{\eta_2}$

$\dfrac{d\phi}{dt} = B_R V_a (\phi + 1) \Delta n - \dfrac{\phi}{\tau_R}$

- 二三能级系统



- □ $E_3 \rightarrow E_2$量子效率: $\eta_1 \equiv \dfrac{S_{32}}{S_{32} + A_{32} + S_{31}}$
- □ $E_2 \rightarrow E_1$量子效率: $\eta_2 \equiv \frac{A_{21}}{A_{21} + S_{21}}$
- □ 理想三能级: $n_3 \approx 0, \Delta n = n_2 - \frac{g_2}{g_1} n_1$

$\dfrac{d\Delta n}{dt} = W_p (n - \Delta n) \eta_1 - \left(1 + \dfrac{g_2}{g_1}\right) B_R \phi \Delta n - \left(\dfrac{g_2}{g_1} n + \Delta n\right) \dfrac{A_{21}}{\eta_2}$

$\dfrac{d\phi}{dt} = \left(\dfrac{\frac{g_2}{g_1} n + \Delta n}{1 + \frac{g_2}{g_1}}\right) B_R n_2 V_a + B_R \phi V_a \Delta n - \dfrac{\phi}{\tau_R}$

- 激光阈值特性
  - $G \geq G_t \rightarrow \Delta n \geq \Delta n_t \rightarrow W_p \geq W_{pt} \rightarrow P_p \geq P_{pt}$
  - 必须满足: $\frac{d\phi}{dt} \approx B_R \phi V_a \Delta n - \frac{\phi}{\tau_R} \geq 0$
    - □ $\sigma_{32} = B_{32} h\nu(\nu, \nu_0)/v$, $\tau_R = \dfrac{L}{\gamma v}$
    - □ $\Delta n_t = \dfrac{\gamma}{\sigma_{32} l}; G_t = \sigma_{32} \Delta n_t = \dfrac{\gamma}{l}$

- 激光泵浦和粒子反转数密度
  - $I_v = \frac{\phi_v}{V_R} h\nu v; I_s = \frac{h\nu}{\sigma_{32}\tau_{32}}$为饱和光强
  - 四能级
    - $\beta \equiv \frac{n_2}{n_3} = \frac{A_{32}}{S_{21}\eta}, \eta = \eta_1\eta_2, \tau_{32} = \frac{1}{A_{32}}$
    - $\frac{\Delta n^0}{n} = \frac{\eta W_p \left(1 - \frac{g_3}{g_2}\beta\right)\tau_{32}}{1 + \eta W_p \tau_{32}} \rightarrow \beta < \frac{g_2}{g_3}$
    - *Ideal:* $\frac{\Delta n^0}{n} = \frac{\eta W_p \tau_{32}}{1+\eta W_p \tau_{32}}$
    - 閾值泵浦: $W_{pt} = \frac{\Delta n_t A_{32}}{\eta(n-\Delta n_t)} \approx \frac{n_{3t} A_{32}}{\eta n_{1t}}, (\Delta n_t \approx n_{3t}, n_{1t} \approx n - n_{3t})$
      - ◇ 功率密度: $\frac{P_{pt}}{V_a} = \frac{h\nu_p}{\eta\eta_p}\frac{A_{32}\gamma}{\sigma_{32} l}$
      - ◇ 洛伦兹加宽:$\sigma_{32}(\nu = \nu_0) = \frac{\nu^2 A_{32}}{4\pi^2 \nu_0^2 \Delta\nu_H}$
  - 三能级
    - $\frac{\Delta n^0}{n} = \frac{\eta W_p \tau_{21} - \frac{g_2}{g_1}}{1 + \eta W_p \tau_{21}(1+\beta)}, \tau_{21} = \frac{1}{A_{21}}$
    - Ideal: $\frac{\Delta n^0}{n} = \frac{\eta W_p \tau_{21} - g_2/g_1}{1+\eta W_p \tau_{21}}$
    - 閾值泵浦: $\mathrm{W_{pt}} = \frac{\left(\frac{g_2}{g_1} n + \Delta n_t\right) A_{21}}{(n - \Delta n_t)\eta}$
      - ◇ 功率密度:$\frac{P_{pt}}{V_a} = \frac{h\nu_p \left(\frac{g_2}{g_1} n + \Delta n_t\right) A_{21}}{\eta\eta_p\,(n - \Delta n_t)} \approx \frac{1}{\eta\eta_p} \frac{\left(\frac{g_2}{g_1} n\right)}{\left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right)} h\nu_p A_{21}$

- 稳态激光器输出功率特性

  $P_{out} = \frac{h\nu\phi_s}{\tau_t}$

  - 四能级

    $\Delta n_s = \Delta n_t = \frac{\gamma}{\sigma_{32} l}$

    $\phi_s = \frac{\gamma}{\sigma_{32} l} \frac{A_{32}}{\eta_2} V_a \tau_R (\beta_s - 1), \beta_s \equiv \frac{W_p}{W_{pt}} = \frac{P_p}{P_{pt}}$ 为泵浦超閾值度

    $\mathrm{P_{out}} = \mathrm{I_s A \gamma_t}(\beta_s - 1) = \frac{\nu}{\nu_p} \eta_p \eta_1 \eta_{腔} P_{pt} (\beta_s - 1), \mathrm{A} \approx \frac{\mathrm{V_a}}{\mathrm{l}}; \frac{\gamma_t}{\gamma} = \frac{\tau_R}{\tau_t} = \eta_{腔}$ 有用损耗与总损耗比

  - 三能级

    $\Delta n_s = \Delta n_t = \frac{\gamma}{\sigma_{21} l}$

    $\phi_s = \frac{1}{1 + \frac{g_2}{g_1}} \frac{V_a A_{21} \tau_R}{\eta_2} \left(\frac{g_2}{g_1} n + \Delta n_t\right)(\beta_s - 1);$

    $P_{out} = A I_s \gamma_t (\beta_s - 1) = \frac{\nu}{\nu_p} \eta_p \eta_1 \eta_{腔} \mathrm{P_{pt}}\,(\beta_s - 1)$

  - 斜率效率: $\eta_s \equiv \frac{dP_{out}}{dP_P} = \frac{A I_s \gamma_t}{P_{pt}}$
  - 最佳输出耦合率

    $\gamma \equiv \gamma_t + \frac{\alpha}{2}, S \equiv \frac{\gamma_t}{\alpha/2} \approx \frac{T}{\alpha}, \beta_{smin} = 2G^0(\nu) l/\alpha$

    $T_{opt} = \sqrt{2G^0(\nu) l \alpha} - \alpha$

    $(P_{out})_{max} = \frac{1}{2} A I_s \left(\sqrt{2G^0(\nu) l} - \sqrt{\alpha}\right)^2$
  - 单模光场，强非均匀加宽激光器的输出功率
    - $\nu_q = \nu_0$, $\mathrm{I^+}$与$\mathrm{I^-}$同时与$v_z = 0$的反转粒子相互作用
    - $\nu_q \neq \nu_0$, $\mathrm{I^+}$与I^-分别与$v_z = \pm \mathrm{c}(\nu_q - \nu_0)/\nu_0$的反转粒子相互作用
    - *强非均匀加宽:* $G = G_t = \frac{G_D^0(\nu_q)}{\sqrt{1 + \frac{I}{I_{s0}}}} = \frac{\gamma}{l}$

$$G_D^0(\nu_q) = G_D^0(\nu_0)\exp\left[-4\ln 2\left(\frac{\nu_q-\nu_0}{\Delta\nu_D}\right)^2\right]$$

$\beta_s = \frac{G_D^0(\nu)l}{\gamma}$ → 最大泵浦超阈值度$\beta_{sm} = \frac{G_D^0(\nu_0)l}{\gamma}$

兰姆凹陷：$\frac{\Delta\nu_H}{\Delta\nu_q} \le \frac{1}{20}$

$$P_{out} = I_{s0}AT\frac{\beta_{sm}^2 e^{-8\kappa y^2}-1}{f(y)}, y \equiv 2(\nu_q-\nu_0)/\Delta\nu_H, \kappa \equiv \frac{1}{4}\ln 2(\Delta\nu_H/\Delta\nu_D)^2, f(y) = \frac{2+y^2}{1+y^2}$$

- 激光束的频率，空间和时间特性
  - 频率特性（单横模
    - 可起振纵模总数: $N = \left(\frac{\Delta\nu_{os}}{\Delta\nu_q}\right)_{int} + 1$
      - 均匀加宽: $\Delta\nu_{os} = \Delta\nu_H\sqrt{\beta_{sm}-1}, \beta_{sm}$为最大泵浦超阈值度
      - 强非均匀加宽:$\Delta\nu_{os} = \Delta\nu_D\sqrt{\frac{\ln\beta_{sm}}{\ln 2}}$

        故只有$\beta_{sm} = 2$时, $G_{max}^0 = 2G_t^0$时， 才有 $\Delta\nu_{os} = \Delta\nu_H$
    - 均匀加宽模竞争和单模振荡
      - 单纯由于增益曲线均匀饱和以及模竞争会使得激光器达到单纵模振荡。
    - 强非均匀加宽模竞争和多纵模振荡
      - 对于非强均匀加宽工作介质来说，由于增益饱和导致的模竞争会使得激光器所有超阈值的纵模都振荡。
    - 均匀加宽，空间烧孔和多模竞争
      - 空间烧孔：介质中沿腔轴各点的反转粒子密度和增益系数呈周期性分布，波腹饱和最强，波节饱和最弱。使得不同纵模可能消耗介质中不同部位的反转粒子建立多纵模振荡。 （可采用环形腔或选单纵模技术解决）
    - 谐振频率和频率牵引:
      - 频率牵引：实际激光器的精确谐振频率偏移无源腔的模频率，更靠近激活介质粒子跃迁中心频率。这是激光振荡模与激活介质粒子相互作用所引起的介质极化而导致折射率变化造成的

        $\Delta\Phi = \frac{2\pi\nu}{c}\cdot 2L + \delta\Phi(\nu)\cdot 2l = q\cdot 2\pi, \delta\Phi(\nu)\cdot 2l$为介质极化所产生的往返相移
      - 线性极化: $E(z,t) = E_0 e^{\frac{\omega}{c}\beta z}e^{i\left(\omega t-\frac{\omega}{c/\eta}\right)}, where \begin{cases}\eta = 1+\frac{\chi'}{2}, \chi'\text{线性极化系数实部}\\ \beta = \frac{\chi''}{2}, \chi''\text{虚部}\end{cases}$

        $\delta\Phi = \frac{2\pi\nu}{2c}\cdot\chi'(\nu)$

        均匀加宽： $\chi'_H(\omega,\omega)_0 = \frac{2c(\omega-\omega_0)}{\omega\Delta\omega_H}G_H(\omega,\omega_0)$

        非均匀加宽：$\chi'_D(\omega,\omega_0) = \frac{2c(\omega-\omega_0)}{\omega\Delta\omega_D}2\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}}G_D(\omega,\omega_0)$
    - 线宽极限 四能级

      $$\Delta\nu_{laser} = \frac{n_3}{\Delta n}\cdot\frac{2\pi h\nu(\Delta\nu_R)^2}{P_{out}}, where\ \Delta\nu_R = \frac{1}{2\pi\tau_R}, \tau_R = \frac{L}{\gamma v}$$
  - 激光束的空间特性
    - 方向性：光束传输到无穷远处所张的角度（远场发散角），光束发散角可被压缩的极限

      基模发散角最小，为衍射极限角，但由于介质的光学不均匀性，实际发散角大于其极限衍射角。
    - 评价参数
      - 远场发散角： $\theta = \lim_{z\to\infty}\frac{W(z)}{z}$
      - β值: $\beta \equiv \frac{\text{实际光束的远场发散角}}{\text{理想光束的远场发散角}}$ → β倍衍射极限

- 聚焦光斑尺寸(d)

  艾里斑尺寸:$a = 1.22\frac{\lambda}{D}\cdot f$,实际$Na$,N倍衍射极限
- 斯特列尔比（大气光学光束空间质量）

  $S_R \equiv \frac{\text{实际光束焦斑处的峰值功率}}{\text{理想光束焦斑处的峰值功率}}$

  $S_R \leq 1, S_R \uparrow$,光束质量越高
- M^2因子

  $M^2 \equiv \frac{\text{实际光束的空间束宽积}}{\text{理想光束的空间束宽积}} = \frac{\text{实际光束的光束宽度}\times\text{远场发散角}}{\text{理想光束的光束宽度}\times\text{远场发散角}}$

  $M^2 \geq 1, M^2 = 1 --$衍射极限

  k因子,$k = \frac{1}{M^2}$

  原因：光束通过一个光学系统后，其发散角可以减小，但M^2因子不会减小，只会因为光学系统的像传递缺陷而增大。

- 激光束的时间特性
  - 连续波运转
  - 自由振荡脉冲运转——剑锋脉冲
  - 调Q脉冲运转
  - 锁模脉冲运转

- 调Q原理和技术
  - 理想阶跃开关

    Q值突变——损耗γ突变，$Q = 2\pi\nu\tau_R = 2\pi\nu\frac{L}{\gamma v}$
    - 一般在纳秒量级，采用三能级速率方程分析

      通常考虑开关打开以后($t > t_1$)并假设同时泵浦停止
      - $0 < t < t_1, \gamma(t) = \gamma_1 \Rightarrow \Delta n_i = \Delta n = \beta_s \Delta n_t, \Delta n_t = \frac{\gamma_0}{\sigma_{21} l}$
      - $t_1 < t < t_D, \gamma(t) = \gamma_0, \Delta n \approx \Delta n_i$
      - $t_D < t < t_m, \phi = \phi_D \to \phi_m, \Delta n = \Delta n_t$
      - $t_m < t < t_f, \Delta n = \Delta n_f, \phi = \phi_f$
    - 结论:
      - $\phi_i \to \phi_D \Rightarrow T_D = t_D - t_i$为巨脉冲生成延迟时间，取决于$\Delta n_i, L, \gamma_0$
      - $\mathrm{T_m = t_m - t_D}$为巨脉冲前延时间
      - 后沿时间:$T_f = t_f - t_m$，取决于γ_0, L
      - 巨脉冲前后沿不对称，前沿比后沿陡
    - 峰值功率P_m
      - $\Delta n = \Delta n_t, \phi = \phi_m$
        - $\phi_m = \frac{V_a}{1+\frac{g_2}{g_1}}\Delta n_t\left(\beta_s - 1 - \ln\beta_s\right), \beta_s = \frac{\Delta n_i}{\Delta \mathrm{n_t}}$
        - $P_m = h\nu\phi_m\gamma_t v/L, \gamma_t = -\frac{1}{2}\ln(1-T_1)(1-T_2)$
      - $\Delta n = \Delta n_f, \phi = \phi_f \approx 0$
        - 超越方程：$\frac{\Delta n_f}{\Delta n_i} - 1 = \frac{\Delta n_t}{\Delta n_i}\ln\frac{\Delta n_f}{\Delta n_i}$
        - 利用/储能=$\frac{\Delta n_f}{\Delta n_i}$

          $E_i = \frac{1}{1+\frac{g_2}{g_1}}h\nu\Delta n_i; E_f = \frac{1}{1+\frac{g_2}{g_1}}h\nu\Delta n_f$

          $E_{out} = \eta_{out}E_{cavity} = \frac{1}{1+\frac{g_2}{g_1}}\left(\Delta n_i - \Delta n_f\right)h\nu V_a\eta_{out}, \eta_{out} \equiv \frac{\gamma_t}{\gamma_0}$
          - ◇ 近阈值脉冲，$\beta_s \geq 1 \Rightarrow \Delta n_f \approx \Delta n_i \approx \Delta n_t, E_{out} \approx \frac{1}{1+\frac{g_2}{g_1}}\left(\Delta n_i - \Delta n_t\right)h\nu V_a\eta_{out}$

◇ 强泵浦: $\beta_s \gg 4, \frac{\Delta n_f}{\Delta n_i} \approx 0, \Delta n_f \approx 0, E_{out} \approx \frac{1}{1+\frac{g_2}{g_1}} \Delta \mathrm{n_i} h\nu V_a \eta_{out}$

◇ 能量利用率: $\mu \equiv \frac{1}{1+\frac{g_2}{g_1}} \left(1 - \frac{\Delta n_f}{\Delta n_i}\right)$

- 巨脉冲宽度Δt
  - (A)$\Delta t = \left(1 + \frac{g_2}{g_1}\right) \mu\, \tau_R \beta_s \left(\beta_s - 1 - \ln \beta_s\right)^{-1}$
  - $(B)\Delta t \approx \frac{1}{2}\left(T_m + T_f\right) = \frac{1}{2\beta_s} \tau_R \left(\left(1 + \beta_s\right) \ln \frac{\phi_m}{\phi_D} + \ln \beta_s\right)$
- 巨脉冲延迟时间以及阈值问题
  - $\mathrm{T_D} = \frac{\tau_\mathrm{R}}{\beta_s - 1} \ln \frac{\phi_D}{\phi_i}$
  - $\Delta T \geq T_D \Rightarrow \Delta n_i \geq \Delta n_t^{(2)} = \Delta n_i(\Delta T) \Rightarrow \Delta n_t^{(2)} = \Delta n_t \left(1 + \frac{\tau_R}{\Delta T} \ln \frac{\phi_D}{\phi_i}\right)$
- 实际Q开关函数
  - 稳变开关函数：腔的低损耗能维持一段时间
  - 瞬变开关函数：开关过程中，腔的损耗始终在变换
  - 开Q开关调Q
    - $T_s = t_s - t_1 \leq T_D \Rightarrow$ 快Q
      $\phi_m, \Delta t$与$T_s = 0$（理想）相同
    - $\mathrm{T_s} = \mathrm{t_s} - \mathrm{t_1} > \mathrm{T_D} \Rightarrow$ 慢Q
      ϕ_m随T_s增大而减小，Δt随T_s增大而增大

○ 电光晶体开关调Q技术

- 电光调制（电光效应）

  $n = n_0 + \gamma \vec{E} + h\vec{E}\vec{E}$
  $Pockles --$线性电光效应 $\hat{\gamma}\vec{E}$
  $Kerr --$二次电光效应 $\hat{h}\vec{E}\vec{E}$
- 两大类晶体
  - KDP类磷酸二氢钾和LN类铌酸锂,一般设z轴为光轴
  - $\mathrm{n_0} > \mathrm{n_e} \rightarrow$ 负单轴；$\mathrm{n_0} < \mathrm{n_e} \rightarrow$ 正单轴晶体
  - 主轴坐标系上的折射率椭球

    $\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1$

    加上电场后

    $\left(\frac{1}{n^2}\right)_1 x^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_2 y^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_3 + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 yz + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_5 xz + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_6 xy = 1$
  - $\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_i = \sum_{j=1}^{3} \gamma_{ij} E_j$, γ_{ij}为线性电光系数张量元

$$\begin{bmatrix} \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_1 \\ \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_2 \\ \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_3 \\ \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 \\ \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_5 \\ \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \\ \gamma_{41} & \gamma_{42} & \gamma_{43} \\ \gamma_{51} & \gamma_{52} & \gamma_{53} \\ \gamma_{61} & \gamma_{62} & \gamma_{63} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_\mathrm{y} \\ E_\mathrm{z} \end{bmatrix}$$

- LN类铌酸锂
  - $n_x = n_y = n_0, n_z = n_e, n_0 > n_e$
  - $\gamma_{12} = \gamma_{61} = -\gamma_{22}, \gamma_{23} = \gamma_{13}, \gamma_{42} = \gamma_{51}$
- KDP类磷酸二氢钾
  - $n_x = n_y = n_0, n_z = n_e, n_0 > n_e$
  - $\gamma_{41} = \gamma_{52}, \gamma_{63} > \gamma_{41}$
  - $\frac{x^2}{n_0^2} + \frac{y^2}{n_0^2} + \frac{z^2}{n_e^2} + 2\gamma_{41}E_x yz + 2\gamma_{41}E_y xz + 2\gamma_{63}E_z xy = 1$
  - 令$E_z = E, E_x = E_y = 0$并主轴化

$$\frac{x'^2}{n_x'^2} + \frac{y'^2}{n_y'^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}(x' - y') \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}(x' + y') \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_x' \approx n_0 - \frac{1}{2}n_0^3\gamma_{63}E_z \\ n_y' = n_0 + \frac{1}{2}n_0^3\gamma_{63}E_z \end{cases}$$

- 电光相位延迟
  - 纵向运用： $\Delta\phi = \phi_y' - \phi_x' = \frac{2\pi}{\lambda} l \cdot n_0^3\gamma_{63}E_z = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3\gamma_{63}V_{AB}$
    - $\Delta\phi = \pi \Rightarrow V_{\frac{\lambda}{2}} = \frac{\lambda}{2n_0^3\gamma_{63}}$
    - $\Delta\phi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow V_{\frac{\lambda}{4}} = \frac{\lambda}{4n_0^3\gamma_{63}}$

    将电光晶体与偏振器组合可以作为电光调制器或者电光调Q开关（一般使得入射光振动方向落在晶体主轴y方向或者x方向。）
  - 电光调Q $V_{AB} = V_{\frac{\lambda}{2}}$ + 偏振器P_1， P_2
    - 加压脉冲反射式，$P_1 \perp P_2$，加上后导通
    - 退压脉冲反射式，$P_1 \parallel P_2$，退掉后导通
    - 退压脉冲反射式，P透振方向与主轴x或y一致，加$V_{AB} = V_{\frac{\lambda}{4}}$
    - 腔倒空脉冲透射式，双全反射镜，退压后振荡，光强最大时加压输出

      脉冲宽度： $\Delta t \approx \sqrt{T_s^2 + \tau_R^2}, T_s$为开关后沿关闭时间
      - ◇ 若电压不退到零，则有椭圆偏振光，输出比取决于其长短轴比
    - 退压式预激光调Q
      - ◇ 加略小于$V_{\frac{\lambda}{4}}$的电压即可，一开始就有一点小激光产生，小激光(预激光种子脉冲)可以由PIN接收，作为信号驱动退压。
      - ◇ 有稳定的输出能量，输出所含模式很少
    - 单块双45度铌酸锂晶体调Q
      - ◇ 开关速度较慢
      - ◇ 横向运用，加x方向,光轴沿y
        - $V_x = 0, n_0 > n_e, n_0 \sin\theta_1 = n_e \sin\theta_1'$
        - $V_x = V_{\frac{\lambda}{2}}, o, e$光发散呈Γ角，不与入射光平行，故只需要按需加全反射镜即可
      - ◇ 加压式： 平行方向放全反射镜
      - ◇ 退压式：偏折方向放全反射镜，同理腔倒空式
  - 常用电光高压脉冲驱动器
    - RC放电基础
    - 快速开关管击穿
- 电光调Q激光器应考虑的问题
  - 调制晶体
    - 消光比要高
    - 透过率要高

        - 半波电压要低
        - 抗破坏阈值要高
        - 防潮解
    - 电极结构的设计和晶体接触的好坏
    - 工作物质激光上能级寿命要高
    - 泵浦速率要高
    - 高压脉冲驱动电路以及控制触发延时电路要精密设计
- 声光调Q技术
    - 声光调制
        - 声光衍射效应

          声波引起介质弹性形变，从而造成介质折射率发生周期性变化，光通过时发生衍射。有行波和驻波两种。
        - 超声行波场（用吸收器）

          $\mathrm{n}(\mathrm{x},\mathrm{t}) = \mathrm{n}_0 - \frac{1}{2}\mathrm{n}_0^3 \mathrm{PS}\cos(\omega_s t - k_s x)$

          S为介质应变，P为弹光系数

          若超声频率$\mathrm{f_s}$，则声光栅出现和效时的次数也是f_s
        - 超声驻波场（用反射器）

          $\mathrm{n}(\mathrm{x},\mathrm{t}) = \mathrm{n}_0 - \mathrm{n}_0^3 \mathrm{PS}\sin(\omega_s t)\sin(k_s x)$

          次数为$2f_s$
        - Raman-Nath 衍射

          超声频率较低，光波平行于声波面入射，互作用L较短。

          形成与入射光方向对称分布的多级衍射光。

          各级衍射光强度：$I_m = I_0 J_m^2(v), v = \Delta n \frac{2\pi}{\lambda} L$

          衍射极值方位角：$\sin\theta = \pm\frac{\lambda}{\lambda_s}$

          多普勒频移：$\omega = \omega_i \pm m\omega_s$
        - Brag 衍射*(一般采用)*

          以一定夹角斜入射，互作用长度L较长。高级衍射光相互抵消，只出现零级和+1（或-1，取决于入射光方向）的衍射光。
            - 各向同性中正常布拉格

              $\theta_i = \theta_d = \theta_B = \arcsin\left(\frac{\lambda}{2n\lambda_s}\right)$

              光强:$I_0 = I_i\cos^2\left(\frac{v}{2}\right); I_1 = I_i\sin^2\left(\frac{v}{2}\right)$

              衍射效率:$\eta_s = \sin^2\left(\frac{\pi}{\sqrt{2}\lambda}\sqrt{\frac{L}{H}M_2 P_s}\right)$, $\mathrm{P_s}$为超声驱动功率，$M_2 = n^6 P^2/(\rho v_s^3)$ 为声光材料品质因素。
            - 各向异性中反常布拉格

              $\alpha = \theta_i + \theta_d \approx \frac{\lambda}{n v_s} f_s$
        - G参量
            - $G = \frac{2\pi L}{L_0}; L_0 = \frac{\lambda_s^2\cos\theta_i}{\lambda} \approx \frac{\lambda_s^2}{\lambda}$
            - $G \geq 4\pi \Rightarrow Bragg; G < \pi \Rightarrow Raman - Nath$
        - $F(t) = f(t)g(t)$;调制带宽：$\Delta f_m = \frac{1}{2}\Delta f_s$
            - $f(t)$为超声高频信号
            - $g(t)$为脉冲调制信号，一般是方波(调Q), 三角函数信号(锁模)，其决定了输出激光脉冲的重复率
            - 调制器可放在腔内任何位置
- 可饱和吸收体被动调Q

        - 可饱和吸收特性： $\alpha = \frac{\alpha_0}{1+\frac{I}{I_s}}$, 可用有染料，色心晶体，半导体等。结构简单稳定性较差
        - 可饱和吸收体调Q的输出-输入能量特性曲线呈现台阶特性
    - 转镜调Q
        - $\gamma_\theta = \frac{1}{2}\left(\frac{\theta L}{r}\right)^{\frac{1}{2}}$
        - 开关角: $G = G_t = \frac{1}{2}\ln(1-T) + \gamma_\theta + \gamma_i \Rightarrow \theta_s$; 开关时间: $t_s = \frac{\theta_s}{\omega}$
- 激光锁模技术
    - 理想锁模特性
        - 锁模改变腔内光辐射场的光子分布
        - 基本物理过程
            - 频率域：各振荡模相位同步（锁定）
            - 时间域：周期性重复选切
        - 基本技术途径
            - 调制损耗、增益、相位
            - 主动锁模，被动锁模，碰撞锁模，附加脉冲锁模，自锁模
        - 输出特性
            - 可起振纵模数： $N = \left(\frac{\Delta\nu_{os}}{\Delta\nu_q}\right)_{[int]} + 1$
                - 均匀加宽洛伦兹： $\Delta\nu_{os} = \Delta\nu_H\sqrt{\beta_{sm}-1}, \beta_{sm}$为最大泵浦超阈度
                - 非均匀加宽高斯型： $\Delta\nu_{os} = \Delta\nu_D\sqrt{\frac{\ln\beta_{sm}}{\ln 2}}$
            - N个纵模震荡，频率条件： $\omega_q = q\Omega, \phi_q = \phi, E_q = E_0$
                - $E(z,t) = E_0 e^{i\omega_0 t}e^{i\phi_0}\frac{1-e^{iN\Omega\left(t-\frac{z}{c}\right)}}{1-e^{i\Omega\left(t-\frac{z}{c}\right)}} \Rightarrow I(z,t) = E_0^2\frac{\sin^2\left(\frac{N}{2}\Omega\left(t-\frac{z}{c}\right)\right)}{\sin^2\left(\frac{1}{2}\Omega\left(t-\frac{z}{c}\right)\right)}$
                - $t - \frac{z}{c} = m\frac{2\pi}{\Omega} \Rightarrow I(z,t) = I_{max} = N^2E_0^2 = N\overline{I(t)}$
            - 脉冲宽度: $\Delta t = \frac{2\pi}{N\cdot\Omega} = \frac{1}{\Delta\nu_{os}}, \Omega = 2\pi\frac{c}{2L}$
                - 实际锁模激光器脉宽定义为脉冲的半高全宽Δt，其与激光工作物质激活粒子的自发辐射光谱线宽$\Delta\nu$关系为
                  $\Delta t\cdot\Delta\nu = k \le 1$
                    - 矩形脉冲: $k = 0.886$
                    - 高斯脉冲:$k = 0.441$
                    - 双曲正割脉冲,$k = 0.315$
            - 周期: $T = \frac{2L}{c}$
    - 主动锁模技术
        - 其调制频率f应精确等于相邻纵模频率$\Delta\nu_q = \frac{c}{2L}$
        - 振幅调制(AM)
            - 声光调制器:(A.O.M.) $F(t) = f(t)g(t)$, 行波 $g(t) = g_0\sin(2\pi f_m t)$
              $T(t) = T_0 + \Delta T_0\cos(2\pi f_m t)$
              调制系数:$M = \frac{\Delta T_0}{T_0}$
                - 频阈分析： 光场通过调制后还会出现$\omega_q \pm \omega_m$的上下边频率, 振幅与中心振幅比为$\frac{A_S}{A_c} = \frac{1}{2}M$
                  故我们要求$\Delta\omega_q = \omega_m$, 此时它会激发其他模式振荡，且初相位完全一致。
                - 其必须要放在靠近腔镜的位置

- 均匀加宽激光器的锁模
  - 损耗型电光调制器
    - 采用高斯型脉冲腔内循环光场对其锁模特性进行自洽分析（及要求其脉冲形状在传播往返时形状不变） 可近似求出超短脉冲的解析表达式。
    - $I(t)=I_0e^{-2\alpha t^2}, I_0=A^2, E(t)=Ae^{-\alpha t^2}e^{i\omega_0 t}$
    - $\alpha=\frac{\pi^2\delta_l\Delta\nu_q\Delta\nu_H}{\sqrt{2G_m l}}, \delta_l=\frac{\pi V_m}{2\sqrt{2}V_{\lambda/2}}, \mathrm{G_m}\equiv \mathrm{G_H^0}(\omega)$
- 相位调制锁模（PM），只能电光调制器
  - 通过相位延迟（或频率）来调制
  - 铌酸锂晶体横向运用:$E(t)=E_{0q}\cos(\omega_q t+\phi_{0q}+m_\phi\cos(\omega_m t))$,$m_\phi=\frac{\pi}{\lambda}\frac{l}{d}\gamma_{33}n_e^3V_m$为位相调制系数
    傅里叶展开后会产生$\pm E_{0q}J_n\left(m_\phi\right)\cos((\omega_q\pm n\omega_m)t+\phi_{0q})$的光
  - 时域上看只有频率调制为零的频率才会被留下来。其一般会出现两套脉冲，有时会从一列脉冲跳变成另一列。
- 同步泵浦锁模（主动增益调制）
  - 输出锁模序列脉冲周期与泵浦序列脉冲周期完全相同即完全同步。一般是一个激光泵浦另一个，两腔腔长完全相等 $L=L'$
- 设计要点
  - 消除标准具效应：反射率要控制在最小，光学元件倾斜放置，端面磨成布儒斯特角或镀增透膜
  - 调制器应尽量靠近全反射镜（或输出镜子）。 放中间则必须调制频率加倍（否则模式数减半）
    其调制器通光距离要短
  - 调制器频率严格调到$\nu_m=\Delta\nu_q=\frac{c}{2L}$，否则会失谐，破坏锁模条件。应用线胀系数较小的材料作为腔镜支架来保证腔长稳定。

○ 被动锁模技术
- 可饱和吸收体:
  - 一体化染料盒或染料喷膜，与调Q相比恢复时间快得多
  - 半导体可饱和吸收反射镜（SESAM）
- 三个阶段
  - 小信号放大，线性吸收阶段
  - 小信号放大，非线性吸收阶段（饱和吸收阶段），脉冲选切阶段
  - 打信号放大（增益饱和）、非线性吸收阶段（饱和吸收阶段），脉冲压窄和放大阶段。

○ 其他锁模技术
- 碰撞锁模技术（CPM）
  利用两个反向传播的光在薄层可饱和吸收体内互相干涉形成空间光栅，亮纹通过，暗纹被吸收。多次循环，脉冲就会被压缩。存在可饱和吸收、饱和增益、自相位调制、群色散四个过程的平衡
- 附加腔锁模技术（APM）
  利用副腔非线性介质产生的自相位调制，使得脉冲经够附腔返回主腔时与主腔光脉冲在输出耦合镜处相干叠加。
- 自锁模技术（KLM）
  非线性光学效应: $n=n_0+\Delta n(r)=n_0+\alpha I(r), \alpha>0$
  光程nL: 中心光线>边缘光线⇒Kerr lens,自聚焦效应。
  调节适当位置狭缝（小孔光阑）使得锁模光斑截面无损耗而连续光束损耗。因此可以从初始噪声脉冲中选出一个脉冲不断放大。利用了钛蓝宝石的增益饱和效应。
  $\mathrm{n(t)=n_0+n_2I(t)}$ → 自相位调制
  常用Ti宝石晶体

- 各向异性晶体
- 宽的调谐范围（宽线宽）
- 强的非线性Kerr效应，导致对高斯光束产生自聚焦效应，以及自相位调节效应以产生啁啾脉冲，还有正的GVD导致产生的啁啾脉冲展宽。

各元件作用

- M_2, M_3全反射红外光而泵浦全透
- F-P标准具调谐锁模中心频率不变，可振荡范围减小，Δt增加。若希望得到非常窄的脉冲则不加$F\text{-}P$
- 小孔光阑：选基横模，与kerr-lens一起实现自锁模
- 色散棱镜对产生负的GVD补偿钛蓝宝石的正GVD
- SESAM 启动和维持自锁模的运转

- 啁啾脉冲特性
  - $n = n_0 + n_2 I(t)$
  - 瞬时响应： 弛豫时间$T_r \ll \tau_p$脉宽

    $\Delta\phi(t) = kLn_2 I(t) \Rightarrow \Delta\omega(t) = -\frac{\partial}{\partial t}\Delta\phi(t) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(kLn_2 I(t)\right)$
  - 啁啾效应：$c(t) = \frac{\partial}{\partial t}\omega(t) = -\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(kLn_2 I(t)\right)$
    - $c(t) = f(t) \neq const$ −− −非线性啁啾
    - $c(t) = const$ −− −线性啁啾
      - > 0 正； < 0负
  - 慢响应: $T_r \gg \tau_p$
    - $\Delta n(t', t) = \Delta n(t') e^{\frac{t-t'}{T_r}}$
    - 累加效应:$\Delta n(t) = \int_{-\infty}^{t} n_2 I(t') e^{\frac{t-t'}{T_r}} dt'$, $\Delta\phi = kL\Delta n(t)$

      $\omega(t) = -c' I(t) \Rightarrow c(t) = -c' \frac{\partial}{\partial t} I(t)$
- 群色色散与啁啾脉冲的展宽
  - $GVD = d\left(\frac{1}{v_g}\right)/d\omega = -\frac{1}{v_g}\frac{a_g}{c(t)}, v_g = d\omega/dk$

    色散系数:$D \equiv \lambda^2 \frac{dn^2}{d\lambda^2}$
  - GVD>0(累加时)
    - 前沿： $c(t) < 0 \Rightarrow \mathrm{a_g} > 0$加速，跑得快
    - 后沿：$c(t) > 0 \Rightarrow a_g < 0$减速，跑得慢

    脉冲展宽； GVD<0时反之，脉冲压缩

- 激光选模，调谐，稳频技术

  希望高的光束质量：方向性好，单色性好（应用要求）。
  - 原则
    - $G_{\text{所需模式}} > G_{t\text{所需模式}} = \frac{\gamma_{\text{所需模式}}}{l}$
    - $G_{\text{舍弃模式}} < \mathrm{G}_{t\text{舍弃模式}} = \frac{\gamma_{\text{舍弃模式}}}{l}$
    - 通常采用增加模式损耗差异的方式
  - 激光横模选择技术
    - 谐振腔参数g, F选择法
      - $\gamma_{mn\text{损}} = 1 - \left|\frac{1}{\gamma_{mn}}\right|^2 = 1 - 16F^2(R_{om}^{(1)}(2\pi F, 1)R_{on}^{(1)}(2\pi F, 1)^2)$

        $R_o^{(1)}(c, 1)$为径向长椭球函数

        使得$\gamma_{01\text{损}} - \gamma_{00\text{损}}$最大
    - 小孔光阑法选模：

理论和实验表明$\frac{3}{2}$w可以作为可靠孔径的下限 $\Rightarrow d=3w$

光斯光束通过半径为a的圆孔后功率P_a与总功率P_∞之比

$$T=\frac{P_a}{P_\infty}=1-e^{-\frac{2a^2}{w^2(z)}}$$

通常小孔光阑放在输出镜处

- 腔内透镜选横模

  对全反射镜抗损伤能力要求高，而且不能击穿空气

- 非稳腔选横模

  集合偏折损耗大，易于实现基模振荡，获得接近于衍射极限的单模输出的高质量光束。

○ 激光纵模选择技术

- 腔镜有效菲涅耳数

  $$F_{eff}=\frac{a^2}{\pi w_{0s}^2}=\frac{a^2}{L\lambda}\sqrt{\frac{g_1}{g_2}(1-g_1g_2)}$$

  先选出横模（一般是基模）

- 通过插入色散元件来改变阈值增益，通过转动色散元件角度来改变增益曲线。

  对比调谐锁模，一般这里的色散元件曲线更窄。（调谐锁模会改变中心频率）

  □ 棱镜色散腔法初选，一般难以达到$\Delta\lambda<\frac{c}{\nu_q^2}\Delta\nu_q$ 还需进一步选模

  $n=\sin\frac{\left(\frac{\phi+\beta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}$，$\phi$为最小偏向角

  角色散率:$D_\lambda=\frac{d\phi}{d\lambda}=\frac{2\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}{\sqrt{1-n^2\sin^2\left(\frac{\beta}{2}\right)}}\frac{dn}{d\lambda}$

  腔允许的发散角为θ，则最小波长分离范围为$\Delta\lambda=\frac{\theta}{D_\lambda}$

  □ 光栅法

  (闪耀光栅)$D_\lambda=\frac{\sin\alpha_1+\sin\alpha_2}{\lambda\cos\alpha_2}=\frac{m}{dcos\,\alpha_2}$

  自准直下:$\alpha_1=\alpha_2=\alpha_0\Rightarrow D_0=\frac{2\tan\alpha_0}{\lambda}\Rightarrow\Delta\lambda=\frac{\lambda}{2\tan\alpha_0}\theta$

  □ 双折射滤光片或F-P标准具色散腔法

  改变角度即可改变选择的频率

  □ 短腔法，缩小振腔长度，$\Delta\nu_q$增大，但一般不用

  □ F−P标准具法

  $$T(\lambda)=\frac{1}{1+F\sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)},\phi=\frac{2\pi}{\lambda}2nd\cos\alpha',F=\frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$$

  相邻透过率极大值频率间隔:$\Delta\nu_m=\frac{c}{2nd\cos\alpha'}$

  选择适当的厚度和反射率改变$\Delta\nu_m$使其与$\Delta\nu_{os}$相当,改变α角度可以使得ν_m与不同纵模重合

  有时可以搞双标准具。

  □ 复合腔法，迈克尔逊干涉仪式结构，相当于里面加了一个F-P腔

  $$\nu_{1i}=\frac{c}{2(L+l_1)}q_i;\nu_{2j}=\frac{c}{2(L+l_2)}q_j\Rightarrow\Delta\nu=\frac{c}{2(l_1-l_2)}$$

  福克斯-史密斯复合腔: $\Delta\nu=\frac{c}{2(l_1+l_2)}$(另一个光程改为$L+2l_2+l_1$)

  棱镜复合腔（等价于福克斯-史密斯干涉仪，不过$l_1=l_2=l$)

  □ 环形行波腔选纵模，消除了空间烧孔效应，因此可以靠模式竞争完成选模

○ 激光稳频技术（连续波气体激光器）

- 利用频率稳定度和复现性来描述频率稳定程度

$S_v(\tau)=\frac{\bar{v}}{\Delta v(\tau)}$， 通常用$S_v^{-1}(\tau)$作为稳定度衡量

$\tau \le \tau_0$,短期频率稳定度，反之为长期,τ_0为探测系统的响应（分辨）时间

因素有：温度，大气变化，机械振动，磁场

- 直接方法：恒温，防振，密封隔声，稳定电源等。电子伺服器系统自动控制。

  实质：保持谐振腔光程长度稳定
- 主动稳频技术
  - 利用原子跃迁谱线中心频率作为鉴别器进行稳频，如兰姆凹陷稳频
  - 利用外界参考频率作为鉴别器稳频，如饱和吸收稳法（反兰姆凹陷）
  - 塞曼效应（左右旋光强比）

- 激光放大技术
  - 三方面理论

    T_1 放大器纵向弛豫时间，由介质激活粒子允许跃迁能级寿命决定

    T_2放大器横向弛豫时间，由放大介质激活粒子相互交换能量过程引发的无辐射跃迁寿命决定
    - $T \gg T_1, \frac{d\Delta n}{dt}=0 \Rightarrow$ 稳态激光放大器理论
    - $T_2 < T < T_1 \Rightarrow$ 调Q运转，$\Delta n=\Delta n(x,t)$，脉冲激光放大器理论
    - $T < T_2$，锁模运转，半经典理论，但可采用啁啾放大技术转换为纳秒或者亚纳秒脉冲而采用脉冲激光放大器理论
  - 脉冲放大器理论简析
    - 脉冲放大器速率方程与解，引入光子流密度$I(x,t)=c\phi(x,t)$，σ为受激辐射截面

      $$I(x,t)=\frac{I_0\left(t-\frac{x}{c}\right)}{1-\left\{1-\exp\left[-\sigma\int_0^x \Delta n_0(x')dx'\right]\right\}\exp\left[-2\sigma\int_{-\infty}^{t-x/c} I_0(t')dt'\right]}$$

      $$\Delta n(x,t)=\frac{\Delta n_0(x)\exp\left[-\sigma\int_0^x \Delta n_0(x')dx'\right]}{\exp\left[2\sigma\int_{-\infty}^{t-x/c} I_0(t')dt'\right]+\exp\left[-\sigma\int_0^x \Delta n_0(x')dx'\right]-1}$$

      - 对矩形脉冲放大， 假设放大介质均匀:$\int_0^x \Delta n_0(x')dx'=\Delta n_0 x$

        $$G_p\equiv\frac{I(\mathrm{x,t})}{\mathrm{I_0}}=\frac{1}{1-\left[1-\exp\left(-\sigma\Delta n_0 x\right)\right]\exp[-2\sigma I_0(\mathrm{t-x/c})]}$$

        脉冲前沿: $t=\frac{x}{c}\Rightarrow G_p(L)=e^{\sigma\Delta n_0 L}$与$I_0$无关

        脉冲后沿:$t=\frac{x}{c}+\tau\Rightarrow G_p(L)=\frac{1}{1-\left[1-\exp\left(-\sigma\Delta n_0 L\right)\right]\exp[-2\sigma I_0\tau]}$

        故只有在小信号或者脉宽极窄的情况下才有指数增益。
      - 脉冲能量增益

        $$G_E\equiv\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} I(\mathrm{L,t})\mathrm{dt}}{\int_{-\infty}^{+\infty} I(0,t)dt}$$

        矩形脉冲: $G_E=1+\frac{1}{2\sigma I_0\tau}\ln\left[1+\left(e^{-\sigma\Delta n_0 L}-1\right)e^{-2\sigma I_0\tau}\right]+\frac{\Delta n_0 L}{2I_0\tau}$
  - 放大器实例分析
    - 单脉冲选取后放大

      通常从锁模序列脉冲中选出一个脉冲作为种子脉冲进行放大后获得强脉冲激光
    - 腔外脉冲压缩

      由SPM产生的啁啾脉冲通过一定的GVD光学元件实现对光脉冲的展宽或压缩
    - 再生放大器技术
      - 环形腔（小信号放大，并假设脉冲宽度型状不变）

        $\Delta T=t_2-t_1=\frac{mL}{c}, I=I_0e^{mG_0}$l期间加$V_{\lambda/2}$

        偏振膜片负责启偏检偏和输出耦合
      - 直腔式

单个晶体加$V_{\frac{\lambda}{2}}$，但需要精确控制加的时间，因此臂长要足够长

- 啁啾脉冲放大技术
  - 避免光学元件倍破坏，有效提取放大介质中能量

- 放大器设计中应考虑的方面
  - 放大器工作物质光谱匹

    待放大激光束的频率或波长一定要落在放大器工作物质增益线宽范围内，光谱要匹配。

    放大器工作物质的激活粒子浓度要合适，选择合适几何尺寸放大器工作物质
    - 使得激光能量和功率低于工作物质的破坏阈值
    - 有效提取放大介质中储存的能量
  - 放大器工作物质端面反馈的消除

    自激振荡,漫反射等。
  - 级间去耦（级间隔离）
    - 使用可饱和吸收体放在前级。
    - 双向隔离器，两个偏振片间加KDP晶体，在主脉冲通过期间加电压。前级和中级中加
    - 单向隔离器，使反射的光被隔离。利用法拉第转子。也是前级和中级，尺寸限制。
  - 级间孔径匹配及空间滤波
    - 后级要比前级大，要扩束（直角棱镜组（染料多用），透镜系统（凹凸，凸凸【真空，否则击穿，一般还加小孔光阑】），不然容易损坏器件
    - 小孔作用
      - 空间滤波
      - 部分双向隔离
      - 像传递
      - 扩束
  - 各级泵浦时间延迟的选定
  - 泵浦不均匀性的消除或补偿
    - 热量积累
      - 泵浦效率（光谱对应吸收）
      - 无辐射跃迁过程（量子效率）
      - 结果：
        - 热膨胀-->晶体炸裂；
        - 热量分布不均匀->折射率梯度->热透镜效应、热应力双折射（光束偏振出问题）
      - 消除
        - 加大冷却
        - 端面磨凹或加凹透镜进行补偿
        - 同一个晶坯下加工两块晶体，在放大器中成对使用，相对放，应力抵消。
  - 自聚焦效应的降低(B积分的选择)

题目索引(S0,S1,S2)

2021年12月15日 16:16

1. 如何测量某一系统两能级间的自发辐射爱因斯坦系数？（S0P1)
   如何测量一种粒子系统两个特定能级的自发辐射跃迁几率。(S2P1)
2. 从激光定义出发，讨论激光产生的条件。（S0P2)
   从激光的定义出发，论述通常一台激光器所需的三个部分。（S1P1,S2P2）
   通常一台激光器的基本组成以及作用是什么？(S2P3)
   激光产生的条件。（S2P4）
3. 各种名词解释（频率牵引，兰姆凹陷，空间烧孔，频率烧孔）。（S0P3)
   说明什么是频率烧孔，兰姆凹陷，模式竞争和频率牵引。请图示简单说明。（S1P10）
   简要描述激光频率特性中的频率烧孔，兰姆凹陷，频率牵引和空间烧孔。（S2P17）
4. 说明均匀加宽与非均匀加宽的差异。（S0P4)
   两束不同频率的ν_1,ν_2的光I(ν_1)和I(ν_2)经过均匀加宽的工作物质后放大如何、增益大小？（S2P6）
   两束不同频率的ν_1,ν_2的光I(ν_1)和I(ν_2)经过非均匀加宽的工作物质后放大如何、增益大小？（S2P7）
5. 设计实验测小信号增益的粒子反转数。（S0P5)
   设计一个实验，测量一台cw运转的激光器工作物质中，空间均匀分布的小信号情况下的粒子反转数密度Δn^0。给出步骤、测量光路以及原理。（S1P2,S2P5）
6. 传输矩阵：三种题型。（S0P6)
   如果一束高斯光束，在某一处曲率半径和光斑尺寸为R_1,w_1，经过如下系统后，求解其曲率半径和光斑尺寸R_1,w_2。(只需列出公式并简要说明)(S1P19)
   写出下图的光线传输矩阵表达式（往返）。（S2P13）
7. (*)圆形镜TEM_{01}模，同时存在两种模瓣，其光斑的偏振结果（按书本定义为TEM_{10}）。（S0P7, S2P10）
8. 高斯光束平面等相位面，球面波等相位面与平面波等相位面的区别。（S0P8)
   高斯光束与平面波、球面波的区别。（S1P5,S2P9）
9. 实现对实对称共焦腔的求解（解析解）⇒ 拓展：稳定球面腔的近似解，$R_1,R_2,L,\lambda \Rightarrow$光束参数。（S0P9)
   给定等价球面共焦腔两次反射镜曲率半径分别为R_1,R_2，腔长为L。(S1P6)
   计算束腰半径，沿z轴方向任意位置的光斑半径以及远场发散角等。（S2P12）
10. 什么能级系统不能cw（连续稳定）运转？（S0P10)
    哪些类型的激光器不能连续波运转。（S1P7）
    什么样的激光器只能在脉冲情况下工作？（S2P14）
11. 三能级与四能级的比较。（S0P11)

图示说明理想四能级工作物质的阈值远低于理想三能级工作物质的阈值。（S1P8,S2P15）

12. 估算$\Delta\nu_{0s}$,与N。（S0P12)

    计算可启振的纵模数N。（S1P9）

    计算题：已知腔长L与$\Delta\nu_H$，及增益β_s时，求脉冲宽度Δt和振荡纵模数N。(S1P14)

13. 理想阶跃开关下，调Q激光巨脉冲的形成过程。（S0P13)

    KDP类电光调Q Nd:YAG实例分析（七选1）。（S1P12）

    说明理想阶跃开关下，调Q巨脉冲的激光形成过程。(S2P18)

14. $\lambda/4$波片与加$V_{\frac{\lambda}{4}}$的纵向运用KDP晶体，以及加磁场的法拉第转子。（S0P14)

    kDP晶体纵向运用下加$V_{\lambda/2}, V_{\lambda/4}$和常规$\lambda/2, \lambda/4$波片的区别。(S1P11)

    通常的1/4波片与加了$V_{\lambda/4}$纵向KDP的电光器件，在应用原理上有什么区别。(S2P20)

15. 两个正交的偏振器间加入一块纵向运用的KDP晶体组成的光学元件组件，在激光单元技术中有哪些作用？（S0P15)

    两个正交的偏振器之间加入一个DKDP电光晶体，有哪些作用？并简述工作原理（一两句话）。（S1P13,S2P19,S2P31）

16. 说明调Q用的声光调制器与锁模用的声光调制器的区别。（S0P16)

17. (*)说明主动锁模激光器的设计要求。（S0P17)

    主动锁模激光器设计要点。（S1EX1）

18. 图示说明可饱和吸收体被动锁模形成过程。（S0P18)

19. 详细说明钛宝石自锁模激光器工作原理。（S0P19)

    在自锁模钛宝石激光器中，钛宝石晶体有何重要特性？简述其锁模基本物理过程以及光学元件的作用。（S1P15）

    简述钛宝石自锁模激光器的工作原理和物理机制。（S2P25）

20. 什么是选模的原则？（S0P20)

21. 凸凸扩束系统中小孔光阑的作用。（S0P21)

    空间滤波器的作用。(S2P34)

22. 热量积累问题。（S0P22)

23. 文字描述环形腔再生放大器的工作原理。（S1P17，S2P30）

24. 腔外改变激光时间分布的方法。（S1EX2）

25. 如何测量激光的简并度$\bar{\delta}$。（S1P3）

26. 请画出方/圆形实对称公焦球面镜光学谐振腔中TM_{mnq}, TM_{plq}模式光场的分布。(S1P4, S2P8)

27. 在双程放大器中加入$\frac{\lambda}{4}$波片、$V_{\lambda/4}DKDP$晶体以及法拉第转子工作原理。(S1P16)

    详细说明三种情况下做成的双程激光放大器的基本原理和方法。（S2P29）

28. 激活介质的放大器与光参量放大器的区别；调谐激光器的波长（频率）的调谐与光参量振荡器波长（频率）调谐的区别。（S1P18）

29. 设计制作DPP位相片的基本原理以及工艺流程。（S1P20）

30. 在折射率椭球中画出正/负单轴晶体I/II类位相匹配光线图。(S1P21)

31. 激光三倍频和四倍频。（S1P22）

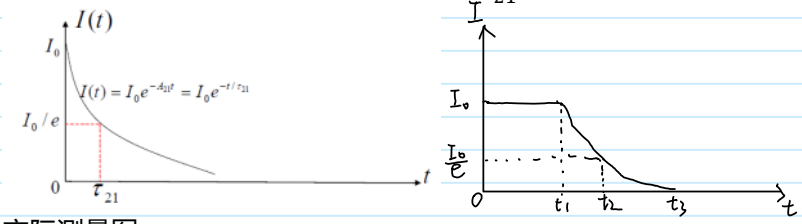
32. 请画出方形镜子或圆形镜子的10和01的光斑形状，画出各个模斑的偏振态。（S2P11）
33. 连续波运转的激光器为什么存在最佳输出耦合率。（S2P16）
34. 为什么通常情况下电光调Q获得的大脉冲的能量比声光调Q获得大脉冲的能量大？（S2P21）
35. 论述可饱和吸收调Q激光为什么会出现输入输出的台阶结构？(S2P22)
36. 在理想阶跃调Q、方波调Q、可饱和吸收调Q激光器，出现的多脉冲特性有什么区别？(S2P23)
37. 可调谐激光器与普通的锁模激光器的差异？(S2P24)
38. 如何筛选出ND:YAD激光某一频率的激光。（S2P26）
39. 通常用小孔光阑发选出基横模时遵循的规则是什么，为什么？(S2P27)
40. 单纵模调谐激光器和多纵模调谐激光器的区别和各自的技术特点？(S2P28)
41. 折叠再生放大器的各部分功能。（S2P32）
42. 什么是CPA技术和OPCPA技术？它们有什么共同点和不同点？(S2P35)

题目集Set Zero

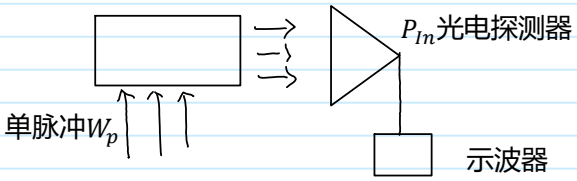
2021年12月15日　　16:16

1. 如何测量某一系统两能级间的自发辐射爱因斯坦系数？(Ch01,P113)
   a. $I_{荧}(t) \propto n_2(t)$

   $n_2(t) = n_{20}e^{-A_{21}t} = n_{20}e^{-\frac{t}{\tau_s}}, \tau_s = \tau_{21} = \frac{1}{A_{21}}$(自发辐射寿命)

   b. 实际测量图

   c. 基本测量系统如上图所示，采用单脉冲泵浦将粒子由下能级泵浦至上能级，粒子由自发辐射跃迁到下能级并辐射光子，由P_{In}光电探测器接受辐射光子信号并在示波器上展示。根据波形确定最大光强I_0开始减少的时间t_1与光强减少到$\frac{I_0}{e}$的时间点t_2。由光强与上能级粒子数成正比，根据上述公式计算：$\frac{I_0}{e} = I_0e^{-A_{21}(t_2-t_1)}$,由此求得$A_{21}$。

2. 从激光定义出发，讨论激光产生的条件。（Ch01,p120）
   a. 激光：是一种特殊的光，是由粒子（原子、分子、离子等）系统（工作物质）的受激辐射光放大过程所产生的高亮度相干光；是受激辐射过程超过受激吸收过程和自发辐射过程而占优势所产生的光放大。
   b. 受激辐射产生光>受激吸收产生的光

   $W_{21}n_2 > W_{12}n_1 \Rightarrow B_{21}n_2 > B_{12}n_1$

   由$\frac{B_{21}g_2}{B_{12}g_1} = 1 \Rightarrow B_{21}n_2 > \frac{g_2}{g_1}B_{21}n_1$

   由此$\Delta n \equiv n_2 - \frac{g_2}{g_1}n_1 > 0$,此为粒子数反转条件。

   但一般热平衡下:$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1}e^{-\frac{h\nu}{k_BT}}, h\nu = E_2 - E_1 \Rightarrow \Delta n = \frac{g_2}{g_1}\left(e^{-\frac{h\nu}{k_BT}} - 1\right) < 0$

   故要实现粒子数反转，必须打破热平衡。

   应采用

   - 选择具有容易实现粒子数反转，合适能级结构的粒子——工作物质
   - 有外界给该粒子系统提供能量泵浦（或抽运）——泵浦源

   c. 收激辐射产生光>自发辐射产生光

   $W_{21}n_2 > A_{21}n_2 \Rightarrow W_{21} > A_{21}$

   由$\frac{W_{21}}{A_{21}} = \bar{\delta}$得$\bar{\delta} > 1, \bar{\delta}$为光子简并度

   应采用:

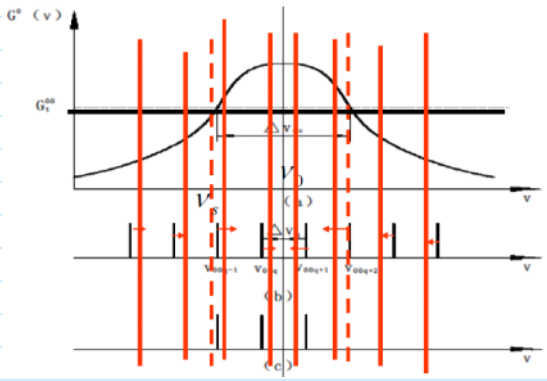
   - 提高光子数或光束总能量，或降低模式数
   - 用光学谐振腔获得正反馈同时由于其选择性损耗特性可以大大减少光束模式，而且工作物质的增益饱和特性也可以减少光束模式。

综上所述：一台激光器需要工作物质，泵浦源，光学谐振腔三部分。激光产生的条件为：

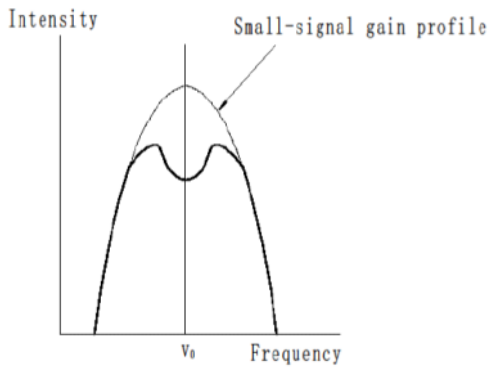
- 实现粒子数反转。
- 满足阈值条件，即增益大于损耗。

3. 各种名词解释

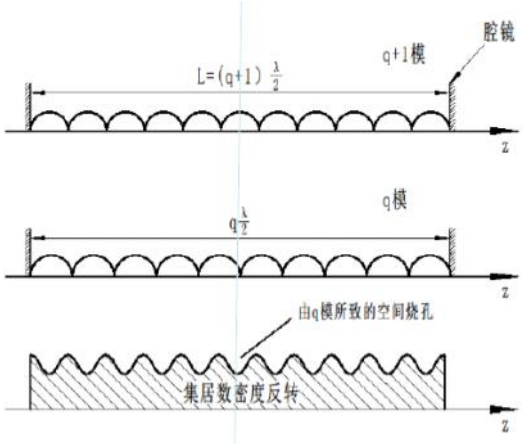
a. 频率牵引（Ch04,p90）：由于工作物质介质的线性极化使得有源腔比无源腔个纵模频率间隔不相等，并且向中心频率靠拢。



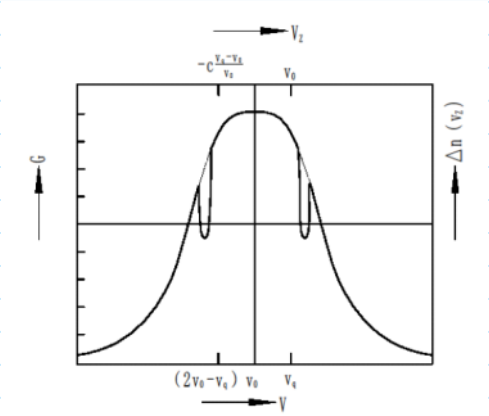
b. 兰姆凹陷 （Ch04,p69）：对于强非均匀加宽连续泵浦，稳态运转时振荡频率在中心频率ν_0处输出功率降低凹陷的现象。



c. 空间烧孔 （Ch04,p88）：对于均匀加宽物质，由于驻波效应，驻波波峰位置，粒子反转密度大，出现增益饱和现象明显，进而增益系数下降。（各个纵模由于波峰各位置不同，实现增益互补，所以都是多纵模振荡。）



d. 频率烧孔（Ch04,p56）：对于强非均匀加宽工作物质，对于频率ν的光，随着光强$I(\nu)$的增加达到增益饱和。在增益曲线上频率ν处增益下降，出现“频率烧孔”现象。但由于多普勒效应，一般会出现双烧孔效应，对应于两个方向传播的光，即在ν_q与$2\nu_0-\nu_q$处发生对称烧孔。



4. 说明均匀加宽与非均匀加宽的差异（Ch02,p6）

   单位截面上 $I(\nu) = I_0\phi(\nu)$

   a. $A_{21}(\nu) = A_{21}\phi(\nu) \Rightarrow I(\nu) = I_0\phi(\nu) = A_{21}\phi(\nu)N_2h\nu$ 对应于工作物质的强均匀加宽。

   b. $N_2(\nu) = N_2\phi(\nu)$即不同N_2的粒子对于不同的ν有贡献，即将上能级粒子分类。

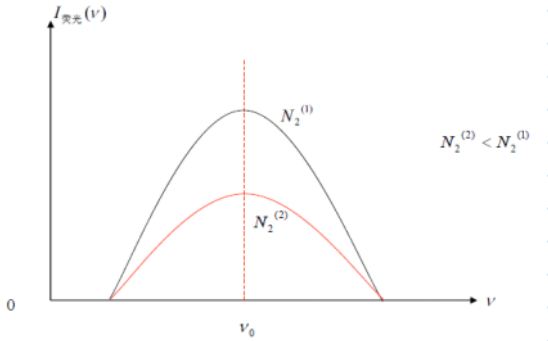
      $I(\nu) = A_{21}N_2\phi(\nu)h\nu = A_{21}N_2(\nu)h\nu$ 对应于工作物质的强非均匀加宽。

   c. $A_{21}(\nu), N_2(\nu)$都有一个分布，即$I(\nu) = A_{21}(\nu)N_2(\nu)h\nu$对应于工作物质的综合加宽。

   i. 均匀加宽：（一致加宽，对应于$A_{21}(\nu)$分布）

      特点：

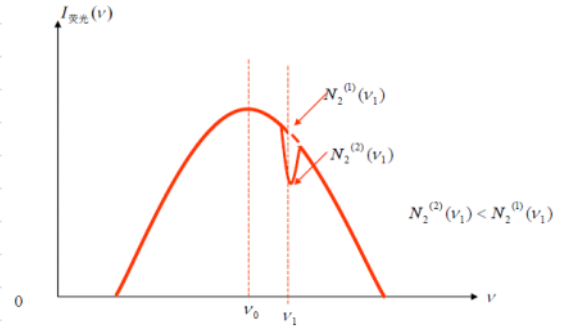
      - 每一个N_2粒子，对于谱线范围内的ν都有贡献
      - 每一个N_2粒子发射的谱线，都具有相同的线型。当N_2下降时整个谱线都要下降。



   ii. 非均匀加宽（非一致加宽，对应于$N_2(\nu)$分布，不同的N_2粒子向相应的不同频率发光）

      特点：

      - 某一个N_2粒子，只对谱线范围内某个相应频率ν_1有贡献，而对其他频率ν无贡献；
      - 当N_2下降时，在谱线宽度内，只对应于某个相应频率ν_1处的谱线强度要下降，而不会使整个谱线下降。（频率烧孔）

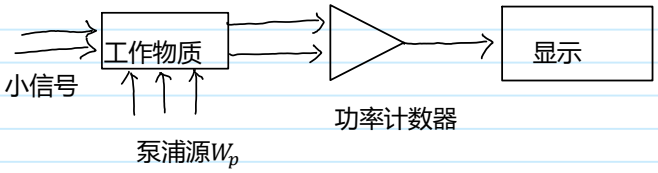


5. 设计实验测小信号增益的粒子反转数（Ch02,p32）

$G(\nu,z,I)=\frac{A_{32}\mathrm{v}^2}{8\pi\nu_0^2}\cdot\phi(\nu,\nu_0)\cdot\Delta\mathrm{n}(\mathrm{I},\nu)=\sigma_{32}(\nu,\nu_0)\cdot\Delta\mathrm{n}(\mathrm{I},\nu)$

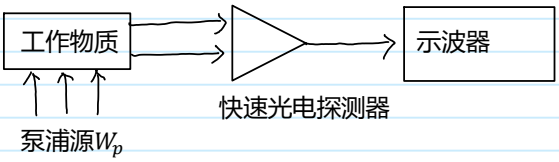
小信号下：$G^0(\nu)=\frac{A_{32}\nu^2}{8\pi\nu_0^2}\cdot\phi(\nu)\cdot\Delta n^0$

a. 测量小信号情况下增益系数$G^0(\nu)$



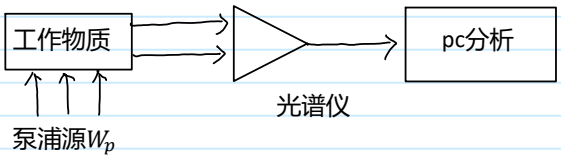
假设均匀加宽且均匀泵浦。初始小信号为$I_0(\nu)$功率计探头接收在显示系统显示的$I_1(\nu)$由$I_1(\nu)=I_0\exp|G^0(\nu)\cdot z|$获得小信号增益系数$G^0(\nu)$。

b. 测量荧光曲线获得爱因斯坦自发辐射系数A_{32}



上能级自发辐射粒子数减少时,$A_{32}=-\frac{dn_3}{dt}\frac{1}{n_3}$，于是$n_3=n_{30}\exp(-A_{32}t)$。由于荧光光强正比于光子数乘单光子能量。于是$I_{荧}\propto n_3$，即$\mathrm{I}_{荧}\propto\exp(-A_{32}t)$，于是通过测量荧光曲线得到荧光光强下降到$\frac{1}{e}$时对应的时间$\tau_s$，由$\tau_s=\frac{1}{A_{32}}$得到自发辐射系数$A_{32}$。必要条件为泵浦脉冲宽度$\Delta t_p$远小于$\tau_s$。

c. 测量荧光曲线获得谱线线型函数$\phi(\nu,\nu_0)$

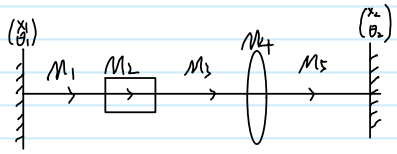


由$\phi(\nu,\nu_0)=\frac{I_{荧}(\nu)}{I_0}$获得谱线线型函数$\phi(\nu,\nu_0)$。

由上述三步分析得到$G^0(\nu),A_{32},\phi(\nu,\nu_0)$，由$G^0(\nu)=\frac{A_{32}\nu^2}{8\pi\nu_0^2}\phi(\nu,\nu_0)\Delta n^0(\mathrm{I},\nu)$即可计算出粒子反转数密度$\Delta n^0$。

6. 传输矩阵（ch03,p40）：三种题型

a.

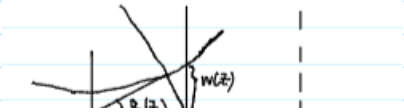


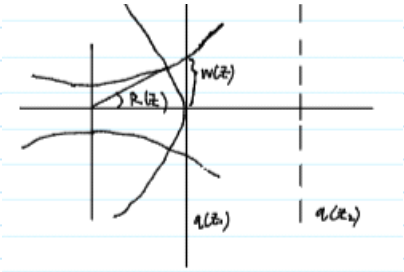
i. 列出传输矩阵 $\begin{pmatrix}x_2\\ \theta_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}A & B\\ C & D\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ \theta_1\end{pmatrix}=M_5M_4M_3M_2M_1\begin{pmatrix}x_1\\ \theta_1\end{pmatrix}$

ii. 分别写出 $\mathrm{M_i}=\cdots$

iii. 文字说明：光依次经过若干光学元件，将个元件的ABCD矩阵依次按光传播顺序从左相乘，即可得到相应的总的ABCD矩阵，进而求出输出光与输入光的关系。

b. q参数传输的ABCD定律 （高斯光束的q参数，光束的负曲率半径）





i. 求$q(z)$, 由$R(z)$与$w(z)$求q(z): $\frac{1}{\mathrm{q(z)}}=\frac{1}{\mathrm{R(z)}}-\mathrm{i}\frac{\lambda}{\pi \mathrm{w}^2(\mathrm{z})}$

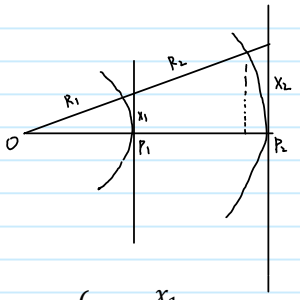
ii. 列出总的传输矩阵: $\begin{pmatrix}A & B\\ C & D\end{pmatrix}=M_3M_2M_1$

iii. 列出各分项的传输矩阵: $M_i=\cdots$

iv. 由ABCD定律求$q(z_2)$: $\mathrm{q}(\mathrm{z}_2)=\frac{Aq(z_1)+B}{Cq(z_1)+D}$

v. 由$q(z_2)$求$R(z_2), w(z_2)$: $q(z_2)=\frac{1}{R(z_2)}-i\frac{\lambda}{\pi w^2(z)}$

c. 球面波等相位面曲率半径， ABCD定律



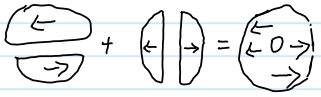
$$\begin{cases}\frac{x_1}{R_1}=\theta_1\\ \frac{x_2}{R_2}=\theta_2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}R_1=\frac{x_1}{\theta_1}\\ R_2=\frac{x_2}{\theta_2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_2=\mathrm{Ax}_1+\mathrm{B}\theta_1\\ \theta_2=Cx_1+D\theta_1\end{cases}\Rightarrow\frac{x_2}{\theta_2}=\frac{A\left(\frac{x_1}{\theta_1}\right)+B}{C\left(\frac{x_1}{\theta_1}\right)+D}$$

$$R_2=\frac{AR_1+B}{CR_1+D}$$

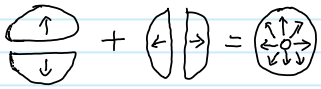
列出$\begin{pmatrix}A & B\\ C & D\end{pmatrix}=M_3M_2M_1$以及$M_i=\cdots$

7. 圆形镜TEM_{01}模，同时存在两种模瓣，其光斑的偏振结果（按书本定义为TEM_{10}）。（ch01 p156,ch03,p117）

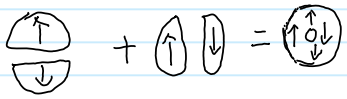
a.



b.



c.



d.

8. 高斯光束平面等相位面，球面波等相位面与平面波等相位面的区别（ch01, p80,ch03,p102）

a. 高斯光束的等相位面，在束腰处，两无穷远处为平面，其他位置为近似球面（实为旋转抛物面）。

b. 平面波在任何位置振幅都一样，等相位面是平面。

c. 球面波的等相位面为球面，振幅与$\frac{1}{z}$成正比。

9. 实现对实对称共焦腔的求解（解析解）⇒ 拓展：稳定球面腔的近似解， $R_1, R_2, L, \lambda \Rightarrow$ 光束参数（ch03,p122）

a. 什么腔型?

（方/圆双镜稳定球面镜腔）

$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1}; g_2 = 1 - \frac{L}{R_2} \Rightarrow 0 < g_1 g_2 < 1$

b. 等价共焦腔位置，腔长：$z_1, z_2, L' = 2f$

$$\begin{cases} R_1 = R_1(z_1) = -\left(z_1 + \frac{f^2}{z_1}\right) \\ R_2 = R_2(z_2) = +\left(z_2 + \frac{f^2}{z_2}\right) \\ z_2 - z_1 = L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{L(R_2 - L)}{(L - R_1) + (L - R_2)} = -\frac{g_2(1 - g_1)L}{g_1 + g_2 - 2g_1 g_2} \\ z_2 = \frac{-L(R_1 - L)}{(L - R_1) + (L - R_2)} = \frac{g_1(1 - g_2)L}{g_1 + g_2 - 2g_1 g_2} \\ f^2 = \frac{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}{\left((L - R_1) + (L - R_2)\right)^2} = \frac{g_1 g_2(1 - g_1 g_2)L^2}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)^2} \end{cases}$$

c. 束腰半径: $w_0 = \sqrt{\frac{\lambda L'}{2\pi}}$

d. 腔镜上光斑半径?

$$w(z) = w_0\left(1 + \frac{z^2}{f^2}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \begin{cases} w_{os1} = w_0\left(1 + \frac{z_1^2}{f^2}\right)^{\frac{1}{2}} \\ w_{os2} = w_0\left(1 + \frac{z_2^2}{f^2}\right)^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

e. 远场发散角. (半角？全角？)

$\theta_{\frac{1}{e^2}} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\pi L'}} = \frac{\lambda}{\pi w_0}$

f. 腔内模体积

$$\begin{cases} V_{00} = \int_{z_1}^{z_2} \pi w_0^2\left(1 + \frac{z^2}{f^2}\right)dz = \pi w_0^2\left[z_2 - z_1 + \frac{1}{3f^2}\left(z_2^3 - z_1^3\right)\right] \\ V_{00eff} = \int_{z_1'}^{z_2'} \pi w_0^2\left(1 + \frac{z^2}{f^2}\right)dz = \pi w_0^2\left[z_2' - z_1' + \frac{1}{3f^2}\left(z_2'^3 - z_1'^3\right)\right] \end{cases}$$

g. 选出基横模，则小孔光阑的直径为?

$\begin{cases} r_{hole}(z) = \frac{3}{2}w_0(z) \\ D_{hole}(z) = 3w_0(z) \end{cases} \Rightarrow$ 放在靠近输出镜处 $D_{\mathrm{hole}} = 3\mathrm{w_{0s}}$

10. 什么能级系统不能cw（连续稳定）运转？（ch04, p4）

a. 单纯的二能级系统，稳态下 $\frac{dn_2}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{W}{W + A_{21}}$

b. 自终止能级系统：Cu蒸汽系统

c. 能级的结构 $He - Ne$准分子（能级寿命）

d. 物理特性，热传导，热膨胀(工作物质)

11. 三能级与四能级的比较。（ch04, p19）

a. 对理想四能级： $\frac{\Delta n^0}{n} = \frac{\eta W_p \tau_{32}}{1 + \eta W_p \tau_{32}}, \eta = \eta_1 \eta_2$

b. 对理想三能级: $\frac{\Delta n^0}{n}=\frac{\eta W_p\tau_{21}-g_2/g_1}{1+\eta W_p\tau_{21}}$

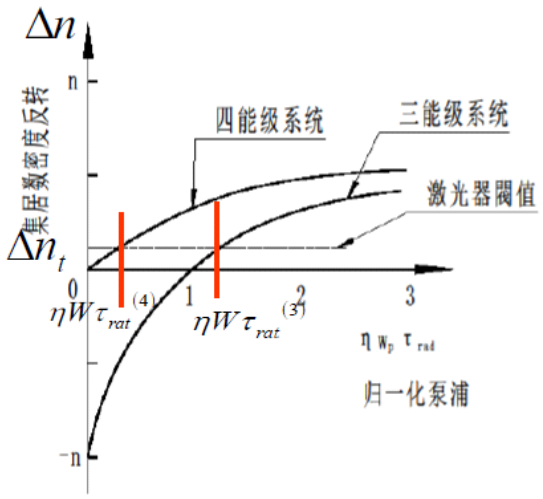


图5-1-1 理想的三能级与四能级激光系统的稳态泵浦与原子集居数密度反转的关系（图中设$g_2=g_1$）

故在参数$\tau_{21}=\tau_{32}$,η相等的情况下，三能级系统的阈值远大于四能级系统的阈值。

12. 估算$\Delta\nu_{0s}$,与N （ch04, p70）

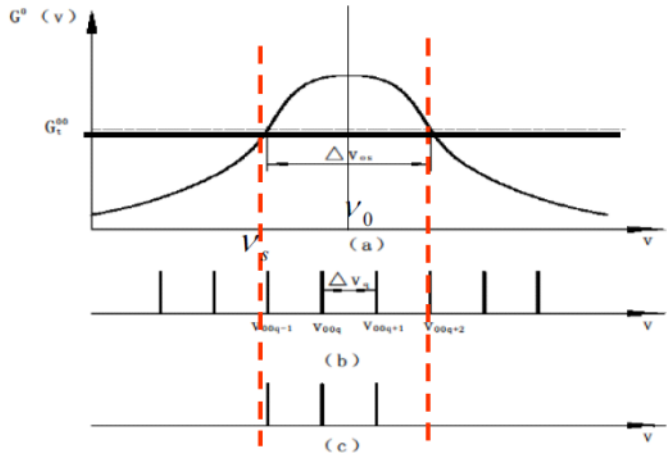


图5-3-8 激光器起振模谱
（a）介质的小讯号增益曲线及△ν_{os} （b）谐振腔的纵模频率
（c）起振的纵模频谱

腔的相邻纵模频率差: $\Delta\nu_q=\frac{c}{2L}$

可起振纵模总数: $\mathrm{N}=\left(\frac{\Delta\nu_{os}}{\Delta\nu_q}\right)_{\mathrm{int}}+1$

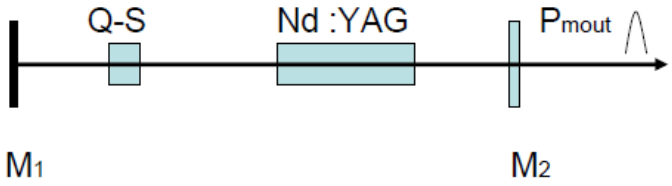
对均匀加宽: $\Delta\nu_{os}=\Delta\nu_H\sqrt{\beta_{sm}-1}$,$\beta_{sm}$为最大泵浦超阈值度

对强非均匀加宽:$\Delta\nu_{os}=\Delta\nu_D\sqrt{\frac{\ln\beta_{sm}}{\ln 2}}$

故只有$\beta_{sm}=2$时,$\mathrm{G}^0_{\max}=2\mathrm{G}^0_{\mathrm{t}}$时， 才有 $\Delta\nu_{os}=\Delta\nu_H$

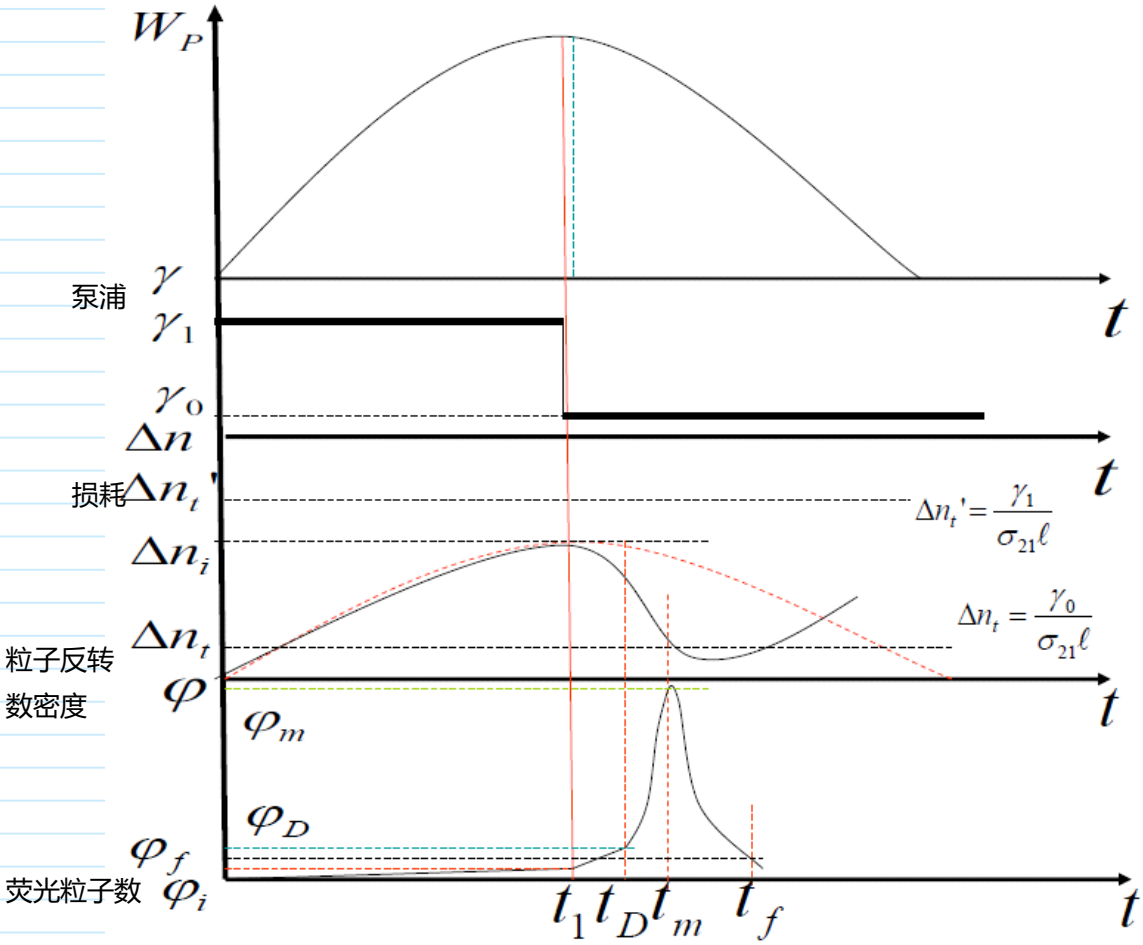
13. 理想阶跃开关下，调Q激光巨脉冲的形成过程（ch05, p2）

a. 激光器光路:



$Q = 2\pi\nu\tau_R = 2\pi\nu\frac{L}{\gamma v}$,故调$Q$本质为调损耗$\gamma$

b.



c. t_1前开始泵浦, 损耗为γ_1，粒子反转数密度阈值$\Delta n_t' > \Delta n_t$，泵浦使得Δn逐渐增加，t_1时刻将γ_1降为γ_0，此时Δn为Δn_i而$\Delta n_i \gg \Delta n_t$。粒子由上能级跃迁至下能级，经过延迟时间$t_D$，快速跃迁形成雪崩式脉冲到达峰值$\phi_m$，此后开始回落。

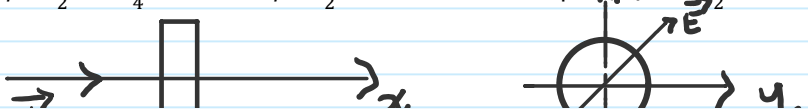
峰值功率:$P_m = \frac{h\nu\phi_m}{\tau_t} = h\nu\phi_m\gamma_t v/L, \gamma_t = -\frac{1}{2}\ln(1-T_1)(1-T_2)$

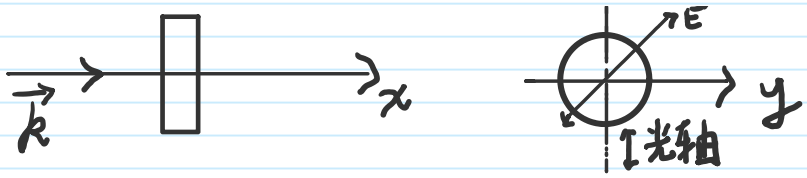
14. $\lambda/4$波片与加$V_{\frac{\lambda}{4}}$的纵向运用KDP晶体，以及加磁场的法拉第转子

a. $\lambda/4$波片:

$$\begin{cases} \vec{k} \perp z\text{光轴} \\ E_{光}\text{与z光轴夹角为}45°\text{,否则为椭圆偏振光} \\ \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)l \end{cases}$$

$\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$时为$\frac{\lambda}{4}$波片，但$\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$时l较小，一般使$\Delta\phi = (2n+1)\frac{\pi}{2}$

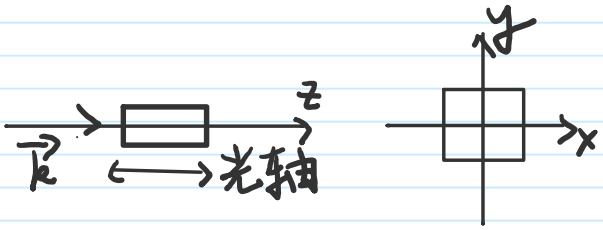




b. $V_{\frac{\lambda}{4}}KDP$晶体 （ch05, p51）

为电光晶体纵向运用

$$\begin{cases} \vec{k} \parallel z\text{光轴} \\ E\text{光} \parallel y\text{轴} \\ \Delta\phi = \phi_y - \phi_x = \dfrac{2\pi}{\lambda} n_0^3 \gamma_{63} V_{AB} \end{cases}$$



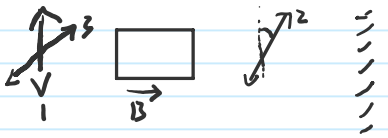
$\Delta\phi$越大越难得到，因为需要电压越高。

c. 加磁场的法拉第转子（旋光片）

（基于磁致旋光效应）

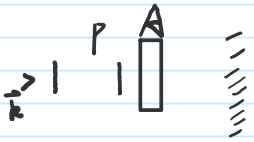
线偏光穿过依然为线偏光，若增加一块反射镜，则返回的线偏振光经过旋光片偏振方向将进一步得到加强。旋光方向于所加电流方向一致。

$\theta = VBL$



反向隔离器：

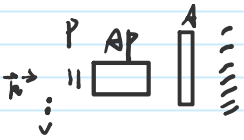
a. $\lambda/4$波片或$V_{\frac{\lambda}{4}}$KDP晶体: P分量$\xrightarrow{A}$圆偏振$\xrightarrow{A}$s分量



b. 磁场法拉第转子:P分量$\xrightarrow{A}45^\circ\xrightarrow{A}$s分量

双程放大器（ch08,p20）：

光经过AP两次放大后出射。



15. 两个正交的偏振器间加入一块纵向运用的KDP晶体组成的光学元件组件，在激光单元技术中有哪些作用?

a. 电光调制器，振幅调制器。

加任意的脉冲调制信号，即可制成电光调制器。

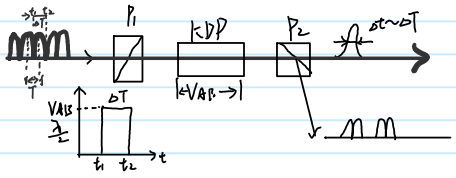
b. 加压式电光调Q开关

加[0 1]的方波脉冲调制信号，可以制成调Q开关，其可以放在腔中任何位置。

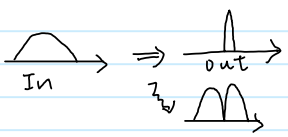
c. 锁模调制器

加三角信号的调制信号，且频率与腔频率间隔一致，需放在靠近腔镜的位置。

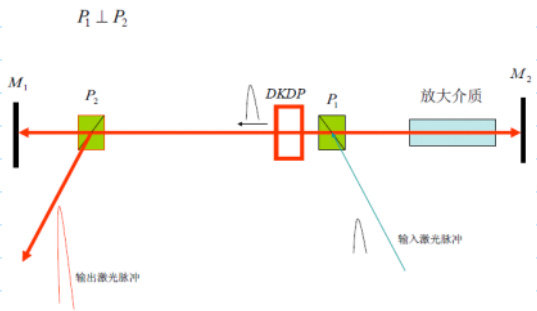
d. 单脉冲选取开关（ch08,p31）



e. 削波开关（原理基本同上）



f. 直腔式再生放大器（ch08,p34）

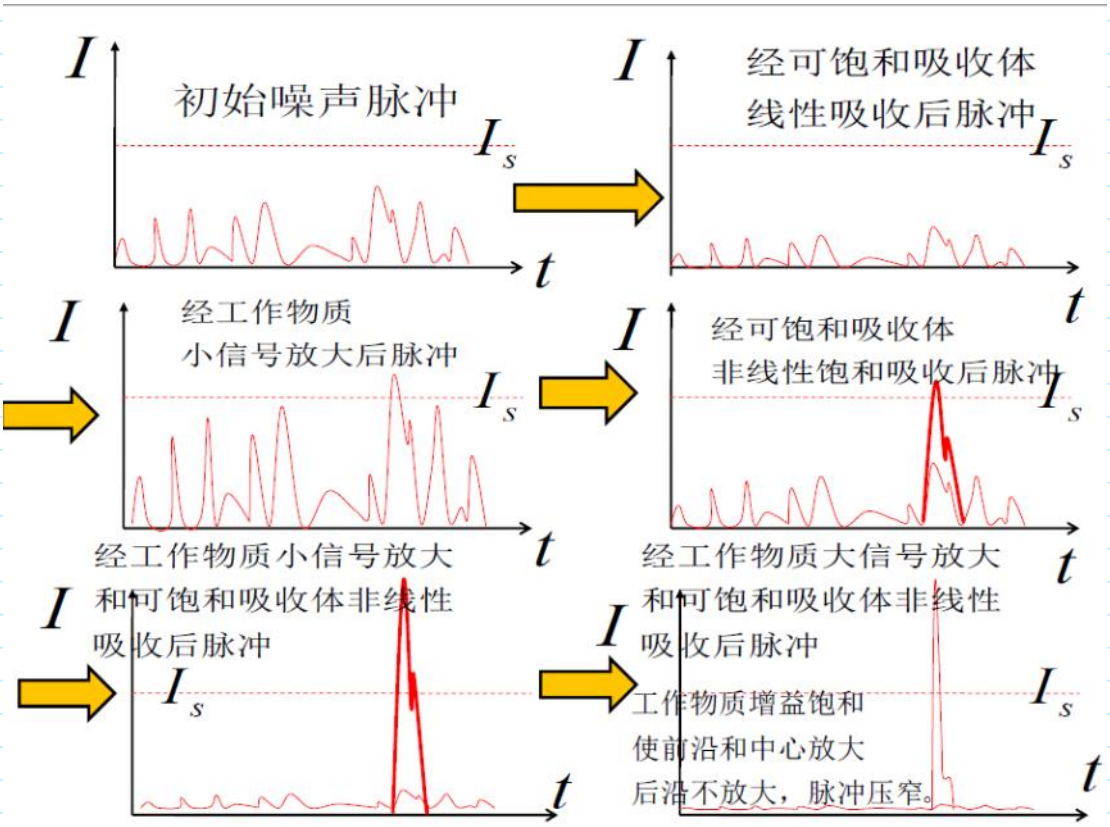


g. 电光双向隔离器

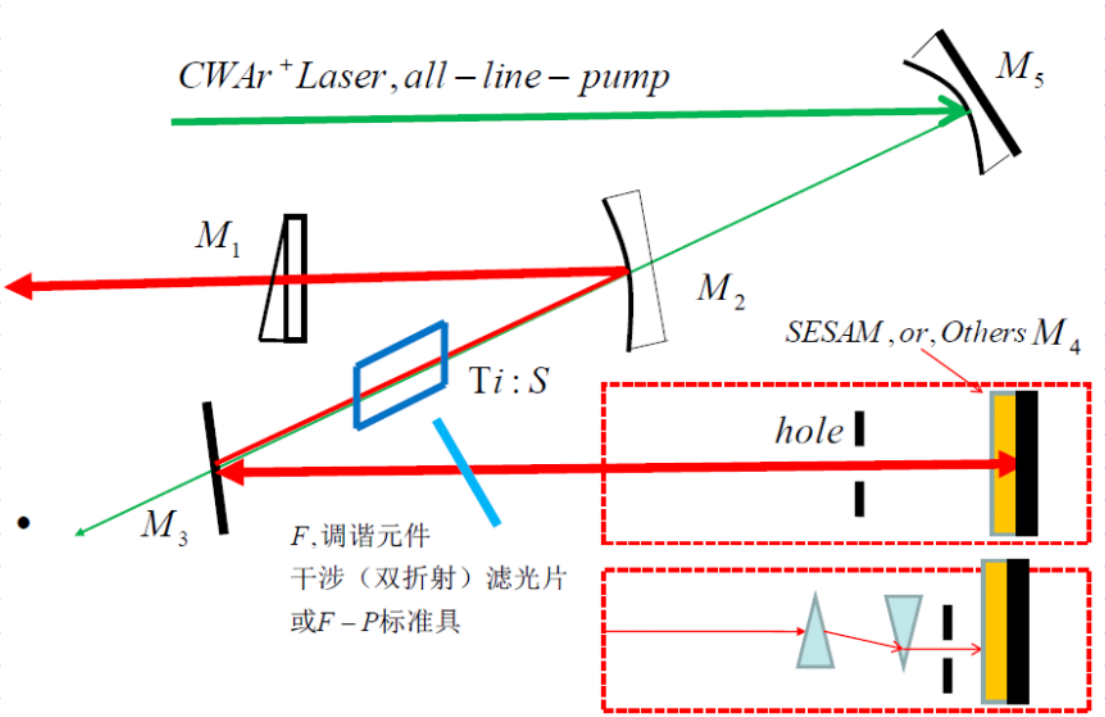
16. 说明调Q用的声光调制器与锁模用的声光调制器的区别 （ch06, p59）
    a. 作为调Q用的声光调制器
        i. 用行波声波场布拉格衍射型声光调制器，调制器上所加的电信号$F(t) = f(t)g(t)$，其中$f(t)$为产生超高的高频信号。 则声波的场方程可表示为$a(x,t) = A\sin(\omega_s t - k_s x)$, $\omega_s = 2\pi f_s$，其频率一般在10-50MHz
        ii. $g(t)$为脉冲调制信号，通常用$(1,0)$方波数字信号，其重复频率f决定了输出激光脉冲的重复率，一般为kHz量级，可根据激光工作物质的上能级寿命做适当调整。
        iii. 调制器可以放置在腔内任何位置。
    b. 作为锁模用的声光调制器
        i. 同上
        ii. g(t)为锁模调制信号。通常采用三角信号，$g(t) = g_0\cos(\omega_m t) = g_0\cos(2\pi f_m t)$，其调制频率$f_m$要严格等于相邻纵模频率间隔，$f_m = \Delta\nu_q = \frac{c}{2L}$，通常为几百$MHz$。
        iii. 调制器必须放在靠近全反射镜（或输出镜）处。

17. 说明主动锁模激光器的设计要求 (ch06, p58) （需要图示）
    a. 消除标准具效应：反射率要控制在最小，否则由于标准具效应会减少纵模个数。光学元件倾斜放置，端面磨成布儒斯特角或镀增透膜。
    b. 调制器应尽量靠近全反射镜（或输出镜子）。 放中间则必须调制频率加倍（否则模式数减半）
    其调制器通光距离要短。
    c. 调制器频率严格调到$\nu_m = \Delta\nu_q = \frac{c}{2L}$，否则会失谐，破坏锁模条件。应用线胀系数较小的材料作为腔镜支架来保证腔长稳定。

18. 图示说明可饱和吸收体被动锁模形成过程（ch06, p65）



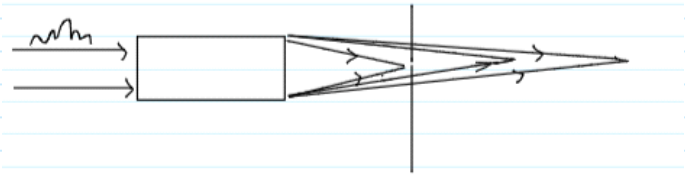
19. 详细说明钛宝石自锁模激光器工作原理（ch06, p75）
    a. 光路图



    b. 钛宝石的基本特性
        i. 双向异性（双折射晶体）
        ii. 光的调谐范围（宽线宽）$710nm - 1100nm$
        iii. 强的非线性Kerr效应导致

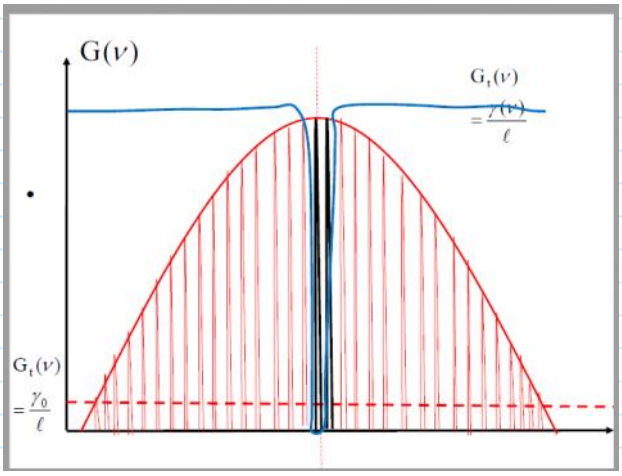
1) 对于高斯光束产生自聚焦效应
2) 自相位调制产生啁啾脉冲
3) 正的群速度色散(GVD)导致啁啾脉冲宽度加宽

c. 原理：由Kerr-lens效应（自聚焦效应）和腔内适当位置小孔光阑的共同作用，从初始的噪声脉冲中选切出一个脉冲，将其不断地放大压窄，并利用钛蓝宝石的增益饱和效应。



d. 各元件作用：

i. F-P标准具：调谐作用，调谐自锁模中心λ_0, ν_0，$\Delta\nu_{os}$减小Δt增加。如果希望Δt很小，就不要加标准具。（一般是50-60%反射率）



ii. 小孔光阑：选出基横模，与Kerr-lens效应一起实现自锁模

iii. 色散棱镜：由负的群色度色散，补偿或抵消钛蓝宝石的正GVD，从而压窄脉宽

iv. SESAM（半导体可饱和吸收镜）：启动和维持自动锁模的运转

20. 什么是选模的原则？（ch07, p2）

所选择的模式满足阈值条件，而舍弃的模式不满足阈值条件。

$G_{需} > G_{t需} = \frac{\gamma_{需}}{l}; G_{弃} < G_{t弃} = \frac{\gamma_{弃}}{l}$

$G_{t舍} - G_{t需} \uparrow \Rightarrow \gamma_{舍} - \gamma_{需} \uparrow \Rightarrow$ 通常采用增加模式损耗差异的方法。

21. 凸凸扩束系统中小孔光阑的作用

a. 空间滤波
b. 部分双向隔离
c. 像传递
d. 扩束

22. 热量积累问题

a. 原因

泵浦效率（光谱对应吸收）

无辐射跃迁过程（量子效率）

b. 结果：
   - ◇ 热膨胀-->晶体炸裂；
   - ◇ 热量分布不均匀->折射率梯度->热透镜效应、热应力双折射（光束偏振出问题）

c. 消除
   - ◇ 加大冷却
   - ◇ 端面磨凹或加凹透镜进行补偿
   - ◇ 同一个晶坯下加工两块晶体，在放大器中成对使用，相对放，应力抵消。