中 国 科 学 技 术 大 学

2019学年春季学期期中考试试卷

考试科目: 力学和热学 得分:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

学生所在学院: 姓名:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 学号:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

说明：本次考试为半开卷考试。解题过程需要给出适当的说明。涉及到计算题如没有计算器可以估算。

1. （15分）一质点沿心脏线r=2(1+cosϕ)运动，在0<期间，。求速度平行于x轴时的ϕ值及在此位置时的速度。

解：r=2(1+cosϕ)，，

速度平行于x轴时，

即

解得：，舍去

在时，

1. （15分）一水平转盘由静止开始启动，并以匀角加速度0.04πrad/s2加速。一小孩坐在离转盘6m远的椅子上，手中握着一个2kg的球。求转盘启动5s后的那一瞬间，小孩为握住球必须施以的力的大小。

解：在转动参考系中，取固连于转盘的直角坐标系，如图，z轴竖直向上，

已知，，，，

5秒后，，

在转动参考系，有

球静止，即

1. （10分）一火箭均匀地向后喷气，每秒钟喷出90.0g的气体，喷出的气体相对于火箭的速度为，设火箭开始时静止，火箭体和燃料的总质量为。试问喷气后多久，火箭速度达到40.0m/s？

解：由，得

由题目条件，得，

故

代入求解得

当时，t=0.374s

1. （15分）在一个顶角为2α的圆锥形光滑杯中放置一个质量为m的质点。圆锥的轴沿竖直方向，杯口朝上。求证：当E>0时，质点在两个水平圆环之间的杯壁上运动，并写出决定这两个圆环半径的方程。

解：设质点运动到图示位置P。它的运动分解成水平面上的径向分量和切向分量，和z方向上的分量

质点总能量为+mgh

质点受到的重力是保守力，杯壁的支持力对质点不做功。所以，质点总能量E是恒量，不变。

同时，分别考察重力和支持力带来外力矩，都在水平面内，所以z方向上的角动量Lz守恒。

三个方向的速度中，产生的角动量包含z分量，其他两个方向的速度产生的角动量都在水平面内。



得到，其中

代入总能量表达式，得到



当E>0时，可能与有效势能曲线有两个交点rmin和rmax。在交点处，E的能量全部为有效势能，在径向分量上的速度 =0，即半径达到极小和极大值，质点在两个水平圆环之间的杯壁上运动。

由上式中 =0，进一步化简，得到半径的约束方程 

是r的一元三次方程，有两个正根如图。有一个负根，舍去。

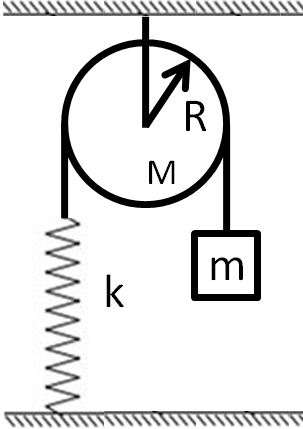
1. （10分）一绕其对称轴以角速度ω旋转的半径为R的硬币，让转轴处于水平地放置在水平面上，问经过多长时间停止滑动。

解：在硬币做纯滚动前，硬币受到水平方向的摩擦力和摩擦力矩

积分得：

经过Δt时间，变成纯滚动，得

解得：

1. （10分）如图，轻绳与实心匀质滑轮之间无相对滑动。试求解滑轮右侧悬挂物在其平衡位置附近的简谐振动周期。如果要求悬挂物作纯粹的简谐振动（即期间没有其他形式的运动参与），那么对振幅A的取值有何要求。

解：系统处于静止平衡状态时，弹簧伸长量为

系统处于运动状态时，取竖直向下为正方向，悬挂物有位移y时，速度为v，滑轮转动角速度记为ω，滑轮转动惯量为I。

有

解法一：能量守恒，有

两边对t求导，可得

化简得

解法二：滑轮对轻绳有摩擦力f作用

悬挂物受力：

滑轮受轻绳摩擦力矩：

化简得，

解得解得

振幅若大于，悬挂物在自下而上的简谐振动过程中到达平衡位置上方处时，弹簧恢复到原长，处于松弛状态，此时悬挂物作竖直上抛运动。为避免发生这样的运动，要求

1. （15分）在弦线上传播的波，其表达式为。为在弦线上形成驻波，在x=1处为波节，（1）写出应叠加的波的表达式；（2）写出形成的驻波的表达式；（3）若弦线的线密度为1.0g/cm，求相邻两波节之间的总能量。所给的表达式中，x、y均以米为单位，t以秒为单位。

解：（1）要形成驻波，叠加的波的表达式应为

在x=1m处为波节，两波在此振动相位相反，即

得到：

即

（2）驻波：

（3）由所给波的表达式可知波长，相邻两个波节之间的距离为5m。现x=1m处和x=6m处是相邻的波节。在相邻波节间驻波的总能量保持不变。当弦线各点处于平衡位置时，势能为0，各点速度的大小达到最大值，相邻两波节间的总能量等于此时这段弦线的总动能。

x处质元的最大速率：

即

1. （10分）地面中的水平隧道*AB*长*L*0，一列火车*A'B'*静止长度*L*>*L0*。现使火车以匀速度高速驶入隧道，地面系中观察到*A*'与*A*相遇时恰好*B'*与*B*相遇。试计算*v*值，并在列车系中计算从*A*、*A'*相遇到*B*、*B'*相遇之间经过的时间*Δt'*。

解：地面系中A与A'相遇的时空坐标记为（xA，tA），B与B'相遇的时空坐标记为（xB，tB）。根据题意，有tA= tB，xA- xB=L0。火车系中，这两个事件记为（x'A，t'A）和（x'B，t'B），且有x'A-x'B=L。

由洛伦兹变换式，有

得

又因为