注意：试卷须交回，否则无分。

一．单项选择题（24 分）

1．下列陈述错误的是____D____。

(a) 概率算法在同一个输入实例上，每次执行结果不尽相同；

(b) 概率算法在同一个输入实例上，每次执行所花的时间不尽相同；

(c) 有的概率算法对于同一个输入实例的不同次运行，可以找到多个不同的正确解；

(d) 概率算法的最坏期望时间是算法执行时间的上界。

2．设 Partition(T, i, j, m, var u, var v)的功能是以 m 作为划分的基准元素，将 T[i..j]中的元素划分为 3 个部分：T[i..u-1]中的元素小于 m，T[u..v]中的元素等于 m，T[v+1..j]中的元素大于 m。下述概率算法是在数组 T[1..n]中找第 k 个最小元素（1≤k≤n），请选择合适的答案使之完整。

DCDA

```
SelectionRH(T[1..n], k){
    i=1;  j=n;
    while  i≤j  do {                        d, c. d. a
        m=T[ uniform( ① 1..n ) ];
        Partition( T, i, j, m, u, v);
        if (k<u) then ② i=u-1
        else if (k>v) then ③ i=v+1
            else ④ ret ;
    }//endwhile
    return  T[i];
}//endselection
```

① (a) i..j　(b) i, j　(c) T　(d) 1..n

② (a) i=u-1　(b) i=u　(c) j=u-1　(d) j=u

③ (a) j=v　(b) j=v+1　(c) i=v　(d) i=v+1

④ (a) i=k　(b) j=k　(c) break　(d) i = j = k //连续赋值

3、一个 MC 算法是一致的、3/5-正确，偏 y_0 的，若要求出错概率不超过 ε，则重复调用 MC 的次数至少为____B____。

（a）lg(1/ ε)/lg(2/5)　（b）lg(1/ ε)/lg(5/2)　（c）lg ε /lg(5/3)　（d）lg ε /lg(3/5)

4、用 Las Vegas 算法求解某问题，已知 obstinate (x)找到正确解的期望时间为 800。其中 LV 成功的概率为 p(x)为 0.25，失败时的期望时间 e(x)是 80，则成功时的期望时间 s(x)是____C____。

（a）240　（b）120　(c) 560　(d) 280

5、若 A 是一个偏 y_0 的 p-正确的 MC 算法，则下述陈述正确的是____D____。

(a)只有 A 返回 y_0 时解正确；　(b)A 返回 y_0 时解必正确，返回非 y_0 时解必错误；

(c)A 返回 y_0 时解必正确，返回非 y_0 时以 p 为概率正确；　(d)A 返回 y_0 的概率为 p。

下列陈述错误的是____B____。

(a) P 类问题 NP 类问题的子集；　（b）所有需要指数阶时间求解的问题均属于 NP 类

(c) NP 完全问题是 NP-hard 问题的子集；　(d) 有的 NP-hard 问题是不可解的.

7、 最佳可达性能比是____B A____。
(a) 其渐近性能比上界集合的最大下界； (b) 其性能比上界集合的下确界；
(c) 其绝对性能比上界集合的下确界； (d) 其相对性能比上界集合的下确界。

8、 下述最优化问题中，难以近似的问题是____D E____。
(a)Knapsack (b) Euclidean TSP (c) Scheduling (d) Independent set
(e) Bin Packing (f) Vertex Cover (g) Graph Coloring (h) Steiner Trees

9、 在求解下述问题时，不存在伪多项式时间算法的问题是____A____。
(a) 朴素的因数分解问题 (b) 0/1 背包问题
(c) 强 NPC 问题 (d) TSP 问题

10、 在同步环上，对于一个非均匀的 leader 选举算法，下述说法错误的是____D____。
(a)所有结点必须开始于同一轮 (b)只有最小 id 的标识符被选中作为 leader
(c)算法的 msg 复杂性为 O(n) (d) 算法的时间复杂性与环大小及标识符无关

11、 下述序列代表的环中，没有空隙的环是____C____。
(a) 10,30,20,40,60,90,80,100 (b) 10,20,30,40,50,60,70,80
(c) 1,9,30,40,50,60,70,80 (d) 其他序列

12、 在异步环上，leader 选举算法的消息复杂性下界是____C____。
(a) O(logn) (b) O(n) (c) O(nlogn) (d) $O(n^2)$

二. 简要回答下述问题（每题 10 分，共 40 分）

1、 为什么说，若一个 NPC 或者 NP-hard 问题多项式时间可解，当且仅当 NP=P?

Scaling

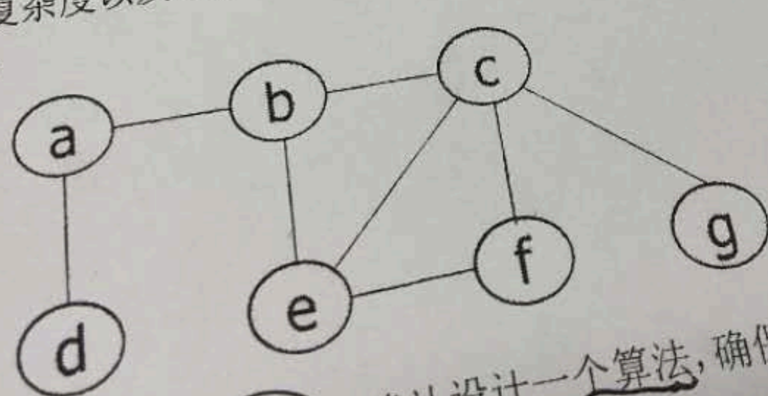
2、 为什么下面两个渐近性能比的定义是等价的？
渐近性能比 1=inf{r≥1：存在 $n\in Z^+$，对所有满足 OPT(I) ≥n 的实例 I，$R_A(I)$ ≤r}
渐近性能比 2=inf{r≥1：存在 $n\in Z^+$，对所有满足 I≥n 的实例 I，$R_A(I)$ ≤r}

3、 如果将异步环选举算法的 O(nlogn) 的算法（在阶段 l 向节点的 2^l-邻居发送 Prob 消息）修改为只向其中一个方向发送 Prob 消息，请问：这样的修改之后，算法的消息复杂度的上界是多少？如何对其做进一步的修改从而确保其消息复杂度为 O(nlogn)?

4、 设一个优化问题的最优值为 C*，其相应的近似算法 A 求得的近似值为 C，则 A 的性能比定义为 max(c/c*, c*/c)，它是问题规模 n 的函数 ρ(n)，即 max(c/c*, c*/c) ≤ ρ(n)；A 的相对误差定义为 |(c−c*)/c*|，若有一函数 ε(n) 使得 |(c−c*)/c*| ≤ ε(n)，则称 ε(n) 为 A 的相对误差界。试证明近似算法 A 的性能比 ρ(n) 与相对误差界 ε(n) 之间满足关系：ε(n) ≤ ρ(n)−1。

三. 算法题（共 36 分）

1、 写一个求图 G(V,E) 的最小顶点覆盖的近似算法，要求覆盖集尽可能小。分析你的算法时间复杂度以及近似比。对于下图，请分别给出最优解、你的算法得到的近似解以及近似比。



2. 为异步网络中的广播及确认设计一个算法，确保算法的时间复杂度依赖于网络节点总数。

算法设计与分析 2020.1.1