

作业7, 2021 年4月29日

1. 确定下列ARMA模型是否为因果的和可逆的? 其中 $\{\varepsilon_t\} \sim WN(0, \sigma^2)$

- (a)  $X_t + .2X_{t-1} - .48X_{t-2} = \varepsilon_t$
- (b)  $X_t + 1.9X_{t-1} + .88X_{t-2} = \varepsilon_t + .2\varepsilon_{t-1} + .7\varepsilon_{t-2}$
- (c)  $X_t + .6X_{t-2} = \varepsilon_t + 1.2\varepsilon_{t-1}$
- (d)  $X_t + 1.8X_{t-1} + .81X_{t-2} = \varepsilon_t$
- (e)  $X_t + 1.6X_{t-1} = \varepsilon_t - .4\varepsilon_{t-1} + .04\varepsilon_{t-2}$

2. 证明下面两个MA(1)模型

$$\begin{aligned} X_t &= \varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-1}, \quad \{\varepsilon_t\} \sim WN(0, \sigma^2) \\ Y_t &= \tilde{\varepsilon}_t + \frac{1}{\theta}\tilde{\varepsilon}_{t-1}, \quad \{\tilde{\varepsilon}_t\} \sim WN(0, \sigma^2\theta^2) \end{aligned}$$

$0 < |\theta| < 1$ 有相同的自相关系数。

3. ARMA (1,1) 模型

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

- 1).  $|\phi_1| < 1, |\theta_1| < 1$ 时, 求模型的因果形式和逆转形式
- 2). 求该模型的均值和自协方差函数.

4. 考虑如下的时间序列模型ARMA(1,2)

$$X_t = 0.8X_{t-1} + \epsilon_t + 0.7\epsilon_{t-1} + 0.6\epsilon_{t-2}, \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2),$$

- (1) 写出 $k$  阶自相关系数 $\rho_k, k \geq 0$ 满足的递推式.
- (2) 说明该序列的因果性和可逆性.
- (3) 如果是可逆的, 写出该模型的可逆形式.