中国科学技术大学

2018—2019学年第一学期期末试卷

考试科目 时间序列分析　　　得分 ____________

所在系 ________　　姓名 ____________　　学号 ____________

考试时间: 2019年1月3日上午9:45—11:45;　使用简单计算器

装 ………… 订 ………… 线

一. (26分) 填空题(每题2分,答案请写在答题纸上):

1 称时间序列x_t是另一个时间序列y_t的Granger原因, 指____________________ ______________________________________, 向量自回归模型VAR(p), 变量个数为N, 那么待估计的参数个数是____________________.

2 设ARMA(1, 2): $X_t = 0.1X_{t-1} + \epsilon_t - 0.5\epsilon_{t-1} + a\,\epsilon_{t-2}$, 当$a$满足_______________ ________________________条件时, 模型是可逆的.

3 设$AR(p)$模型

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + \epsilon_t$$

的传递形式为$X_t = \mu + \sum_{k=0}^{\infty} \psi_k \epsilon_{t-k}$, 则$\sum_{k=0}^{\infty} \psi_k (\frac{1}{2})^k =$ _________________________.

4 设$\{X_t, t = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots\}$是满足MA(q)模型

$$X_t = \mu + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q \epsilon_{t-q}, \quad \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

的序列, 则已知$X_t, X_{t-1}, \ldots$时, X_{t+l}的最佳线性预测$\hat{X}(t+l)(l \geq 1)$的均方误差是 ________________________.

5 若Y_t满足$\nabla_{12}\nabla Y_t = \epsilon_t - \theta\,\epsilon_{t-1} - \Theta\,\epsilon_{t-12} + \theta\Theta\,\epsilon_{t-13}$, 该模型为一个季节周期为_______________的乘法季节模型, 记为_______________.

6 如果模型中存在信息影响不对称现象, 即好消息和坏消息对波动有不同影响. 这种情况一般采用_______________模型和_______________模型.

7 时间序列$\{X_t\}$, 满足下列三个条件____时, 称其为平稳过程.

8 $Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \epsilon_t$, 已知$\rho_1 = 0.4$, $\rho_2 = 0.2$, 则$\phi_1 =$ __________, $\phi_2 =$ __________.

9 设随机变量U与V不相关且方程相等为σ^2, 且二阶矩存在. 令$X_t = U\cos(\omega t) + V\sin(\omega t), t \in T$, 则序列$\{X_t, t \in T\}$ 的自相关函数$\rho(s,t) =$ _________________________

二. (24分)简单计算题(每题8分,答案请写在答题纸上)

1 对ARIMA(p,d,q)模型, 确定p,d,q, 并求出$E\Delta Y_t$和$Var(\Delta Y_t)$.

$$Y_t = 10 + 1.5Y_{t-1} - 0.5Y_{t-2} + \epsilon_t - 0.5\epsilon_{t-1}, \quad \epsilon_t \sim WN(0,1).$$

2 对ARMA(1,1)序列$X_t = 0.5X_{t-1} + \epsilon_t - 0.25\epsilon_{t-1}, \epsilon_t \sim WN(0,\sigma^2)$, 求解它的自相关系数$\rho_k, k \geq 2$的递推式.

3 对任意一个MA(1)序列,

$$X_t = \epsilon_t + \theta\epsilon_{t-1}, \quad \epsilon_t \sim WN(0,\sigma^2),$$

求证它的1阶自相关系数满足$-1/2 \leq \rho_1 \leq 1/2$

三. (50分) 计算题(每题答案请写在答题纸上):

1. 考虑如下的时间序列模型ARMA(2,1)

$$(1 - B + 0.5B^2)X_t = (1 + 0.4B)\epsilon_t,\ \epsilon_t \sim WN(0,\sigma^2),$$

(1) 判断ARMA(2,1)模型的平稳性和可逆性.
(2) 如果是平稳的, 计算线性过程$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \epsilon_{t-j}$ 的系数ψ_1, ψ_2, ψ_3.
(3) 如果是可逆的, 请写出该过程的逆转形式.

2. 考虑一GARCH(1,1)模型,

$$y_t = \sqrt{h_t}\epsilon_t, \epsilon_t \sim IID\ N(0,1),$$
$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}, \quad \alpha_0, \alpha_1, \beta_1 \geq 0, \alpha_1 + \beta_1 < 1.$$

(1) 验证y_t^2为ARMA(1,1)模型,

$$y_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1)y_{t-1}^2 + u_t - \beta_1 u_{t-1}, \quad u_t = y_t^2 - h_t.$$

(2) 计算y_t^2的均值和自协方差函数γ_k.

3. 设X_t为一ARMA(1,1)序列

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1}, \quad \epsilon_t \sim WN(0,\ \sigma^2).$$

令$Y_t = \frac{1}{2}(X_t + X_{t-1})$,
(1) 基于X_{t-1}, X_t对Y_{t+1}做最佳线性预测, 给出表达式, 并计算均方误差.
(2) 求Y_t的谱密度.