中 国 科 学 技 术 大 学

2018—2019学年第一学期期末试卷

考试科目 时间序列分析 得分 ____________

所在系 _______ 姓名 ____________ 学号 ____________

考试时间: 2019年6月27日14:30—16:30

装 …… 订 …… 线

一. (32分) 填空题(每题2分,答案请写在答题纸上):

1. 设随机变量U与V不相关而方差相同均为σ^2, 令

$$X_t = U\cos(\omega t) + V\sin(\omega t), t \in T$$

其中$\omega(\neq 0)$为常数, 则序列$\{X_t, t\in T\}$的自相关函数$\rho(t,s) =$______________.

2. 设ARMA(2, 1): $X_t - 0.1X_{t-1} + aX_{t-2} = \epsilon_t - 0.5\epsilon_{t-1}$, 当$a$满足______________ ________________________条件时, 模型是平稳的的.

3. 设$MA(q)$模型

$$X_t = \epsilon_t + \theta_1\epsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q\epsilon_{t-q}$$

的逆转形式为$\epsilon_t = \sum_{k=0}^{\infty}\phi_k X_{t-k}$, 则$\sum_{k=0}^{\infty}\phi_k =$ ________________________.

4. 设$\{X_t, t = 0, \pm1, \pm2, \ldots\}$是满足平稳可逆的ARMA(p, q)模型

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + \mu + \epsilon_t + \theta_1\epsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q\epsilon_{t-q}, \quad \epsilon_t \sim WN(0,\sigma^2)$$

的序列, 则X_t的谱密度为________________________.

5. 若Y_t满足$Y_t = \Phi Y_{t-12} + \epsilon + \theta\epsilon_{t-1}, |\Phi| < 1, |\theta| < 1$, 该模型为一个为季节周期为______________的季节模型, 记为______________, Y_t的方差为______________.

6. 为了判断一个平稳序列中是否含有信息, 是否可以继续分析,需要对该序列进行______________检验, 该检验用到的统计量是______________分布. 原假设为______________.

7. 对于时间序列$\{X_t\}$, 如果满足________________________, 称$\{X_t\} \sim I(d)$.

8. 零均值平稳列X_t满足______________称为非决定性序列, 非决定性序列平稳列满足___________________称为纯非决定的.

9. 对平稳的AR(2)模型$X_t = a_1X_{t-1} + a_2X_{t-2} + \epsilon_t$, 则偏相关系数$\phi_{11} =$______________, $\phi_{22} =$________________________, $\phi_{33} =$________________________.

二. (24分)简单计算题(每题8分,答案请写在答题纸上)

1. 从AR(2)模型$X_t = 1.5X_{t-1} - 0.75X_{t-2} + \epsilon_t$, $\epsilon_t \sim N(0,1)$模拟产生了$n = 144$个数据, 从这组数据计算的$\hat{\gamma}(0) = 8.434$, $\hat{\rho}(1) = 0.834$, $\hat{\rho}(2) = 0.476$, 求a_1, a_2 及σ^2的估计以及$\mathbf{a} = (a_1, a_2)^T$估计的协差阵的渐近估计.

2. 考虑一随机游走序列$X_t = c + X_{t-1} + \epsilon_t + \nabla\eta_t, t \geq 1$, 其中$\epsilon_t \sim WN(0, \sigma_\epsilon^2), \eta_t \sim WN(0, \sigma_\eta^2)$, $\mathbb{E}\epsilon_t\eta_s = 0$ 对任意的t, s. y_0, η_0为初值. 求X_t的均值和协方差。

3. 对任意一个简单季节模型序列,

$$X_t = \epsilon_t + \theta\epsilon_{t-12}, \quad \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2),$$

求它的自相关系数.

三. (44分) 计算题(每题答案请写在答题纸上):

1. 考虑如下的时间序列模型MA(2)

$$Y_t = 40 + \epsilon_t - 0.6\epsilon_{t-1} + 0.8\epsilon_{t-2}, \ \epsilon_t \sim N(0, 20),$$

$\epsilon_t = 2, \epsilon_{t-1} = -4, \epsilon_{t-2} = -6$.

(1) 预测未来2期的值.

(2) 求出未来两期预测值的95%的置信区间.

(3) 求出y_t的谱密度函数.

2. 设Y_t为t时段股票的收益, X_t为这个时段的通货膨胀率, 假定GARCH-M模型为$Y_t = 0.05 + 0.3X_t + 0.2h_t + \epsilon_t$, 其中$\epsilon_t = v_t\sqrt{1 + 0.05\epsilon_{t-1}^2}, h_t = Var(\epsilon_t|\epsilon_{t-1}, \ldots)$ 和v_t 为相互独立的N(0,1)随机变量. 求

(1) $E(Y_t|X_t = 0.1, \epsilon_{t-1} = 0.6)$为多少?

(2) $Var(Y_t|X_t = 0.1, \epsilon_{t-1} = 0.6)$为多少?

(3) Y_t在给定X_t及ϵ_{t-1}下的分布是否为正态? 为什么?

3. 对ARMA(p, q)序列

$$X_t = a_1X_{t-1} + \ldots + a_pX_{t-p} + \epsilon_t + b_1\epsilon_{t-1} + \ldots + b_q\epsilon_{t-q}, \quad \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2),$$

(1) 令$m = \max\{p, q\}$

$$Y_t = \begin{cases} X_t/\sigma, & t = 1, \ldots, m \\ (X_t - aX_{t-1} - \ldots - a_pX_{t-p})/\sigma, & t = m+1, \ldots, \end{cases}$$

求解$\mathbb{E}Y_tY_s$.

(2) 令$\{\eta_t\}$是和$\{\epsilon_t\}$独立的白噪声$WN(0, \nu^2)$, 试问

$$Z_t = X_t + \eta_t$$

还是ARMA序列吗? 如果是, 阶数是多少?