作业4，2021 年3月31日

1. 若$\{\xi_t\}$是零均值平稳过程(连续时间)，$\gamma(\tau) = E\xi_{t+\tau}\xi_t$. 证明下列叙述等价

   (a) $\{\xi_t\}$在$\mathbb{R}$上均方连续

   (b) $\{\xi_t\}$在$t = 0$均方连续

   (c) $\gamma(\tau)$在$\mathbb{R}$连续

   (d) $\gamma(\tau)$在$\tau = 0$连续

2. 如果输入序列为线性过程

$$X_t = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} a_j \epsilon_{t-j}, \quad \sum_{i=-\infty}^{+\infty} |a_j| < \infty$$

   试验证从保时线性滤波器H((3.9) 定义)得到的输出

$$Y_{t,n} = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} h_j X_{t-j}$$

   也是线性平稳过程. (L^2意义下存在，再验证平稳性)

3. 若$\{\xi_t\}$是零均值平稳过程, 协方差函数为$\gamma(k)$, 试证明如果

$$\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty} a_i a_j \gamma(i-j) < \infty$$

   则$Y_n = \sum_{k=1}^{n} a_k X_k$ 是均方收敛的.

4. 设$\{A_n\}, \{B_n\}$各为不相关序列, 且服从正态分布$X_n \sim N(0, \sigma_n^2)$, 满足$EA_iB_k = 0, i \neq k$,

$$\sum_{j=1}^{\infty} \sigma_j^2 < \infty.$$

   试证明

$$X_t = \sum_{j=1}^{\infty} \Big(A_j \cos(\omega_j t) + B_j \sin(\omega_j t) \Big)$$

   是平稳过程。（L^2意义下存在，再验证平稳性）