中 国 科 学 技 术 大 学

2019—2020学年第二学期期末试卷

考试科目 ______时间序列分析______　　得分 __________

所在系 ______　　姓名 __________　　学号 __________

考试时间: 2020年9月3日14:30—16:30

装……订……线

一. (34分) 填空题(每题只有1空的每空3分, 有两空的每空2分, 答案请写在答题纸上):

1. 下面的过程, 若$\alpha < 1$,

$$X_t = \mu + \alpha \sum_{j<t} \varepsilon_j + \varepsilon_t, \quad \epsilon \sim WN(0, \sigma^2)$$

是____________过程(hint: 填写ARIMA(p,d,q), 确定p,d,q).

2. 如下模型

$$(1-B)\left(1-B^4\right)\left(1-0.43B^4\right)Y_t = (1+0.22B)\left(1+0.88B^4\right)e_t$$

是一个周期为____________的季节模型, 记为____________.

3. 设Y_t是个白噪声序列, 模拟一条$n = 400$的Y_t序列. 若我们进行研究其一阶协方差γ_1的估计$\hat{\gamma}_1$, 则$\hat{\gamma}_1$的95%的置信区间____________.

4. 考虑如下的平稳过程, $EA = EB = EAB = 0, EA^2 = EB^2 = \sigma^2$,

$$X_t = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t), \omega \in [0, \pi]$$

证明基于X_1, X_2, X_3作最佳线性预测$E[X_4|X_3, X_2, X_1] =$ ____________.

5. 某一观测值序列最后4期的观测值为$x_{t-3} = 5$, $x_{t-2} = 5.4$, $x_{t-1} = 5.8$, $x_t = 6.2$, 使用4期移动平均法预测$\hat{x}_{t+2}$ ____________.

6. 考虑ARCH(1)模型 $\epsilon_t = v_t\sqrt{\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2}$, 其中$v_t$为高斯白噪声序列WN(0, 1). 则$\epsilon_t$的条件方差为____________.

7. $Y_t = \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t$, 已知$\rho_1 = 0.4, \rho_2 = 0.2$, 则 $\varphi_1 =$ ____________, $\varphi_2 =$ ____________.

8. 零均值平稳列X_t满足____________称为非决定性序列, 非决定性序列平稳列满足____________称为纯非决定的.

9. 对于满足MA(q)模型

$$X_t = \mu + \epsilon_t - \theta_1\epsilon_{t-1} - \cdots - \theta_q\epsilon_{t-q}$$

的序列$\{X_t, t=0,\pm1,\pm2,\ldots\}$来说, 已知$X_t, X_{t-1},\ldots$时, X_{t+l}的最佳线性预测$\hat{X}_t(l)$为$(0<l\le q)$的均方误差为__________________.

10. 若$\{X_t, t\in T\}$为白噪声序列, 则协方差函数$\gamma(s,t)=$ __________$, t,s\in T, t\neq s$.

二. (12分) 考虑以ARMA(1,1)模型

$$(1-0.4B)X_t=(1+0.8B)\varepsilon_t,\quad \varepsilon_t\sim WN(0,\sigma^2),$$

计算X_{t+k}与ε_t的互相关系数函数$\rho_{X,\varepsilon}(k)$. ($\rho_{X,\varepsilon}(k)=\frac{Cov(X_{t+k},\varepsilon_t)}{\sqrt{Var(X_{t+k})Var(\varepsilon_t)}}$)

三. (20分) 设$\{X_t, t=\pm1,\pm2,\ldots\}$是满足AR(2)模型

$$X_t=\frac{1}{9}X_{t-2}+\epsilon_t,\quad \epsilon_t\sim WN(0,\sigma^2)$$

的AR(2)序列. 求

1) 已知$X_t, X_{t-1},\ldots$时, X_{t+l}的最佳线性预测$\hat{X}_t(l)$.

2) 试求1)中$\hat{X}_t(l)$的均方误差$E[e_t(l)^2]$, $l=1,2,\ldots$.(用$\{X_t, t=\pm1,\pm2,\ldots\}$的自协方差函数表示.)

(3)试求极限$\lim_{l\to\infty}E[e_t(l)^2]$.

四. (18分) 设Y_t为t时段股票的收益, X_t为这个时段的通货膨胀率, 假定GARCH-M模型为$Y_t=0.05+0.3X_t+0.2h_t+\epsilon_t$, 其中$\epsilon_t=v_t\sqrt{1+0.05\epsilon_{t-1}^2}, h_t=Var(\epsilon_t|\epsilon_{t-1},\ldots)$ 和v_t为相互独立的N(0,1)随机变量. 求

(1) $E(Y_t|X_t=0.1,\epsilon_{t-1}=0.6)$为多少?

(2) $Var(Y_t|X_t=0.1,\epsilon_{t-1}=0.6)$为多少?

(3) Y_t在给定X_t及ϵ_{t-1}下的分布是否为正态? 为什么?

五. (16分) 对于ARMA(1,1)模型

$$X_t=\phi_0+\phi_1X_{t-1}+\varepsilon_t-\theta_1\varepsilon_{t-1}$$

1.试求模型的传递形式.

2.试求模型的逆转形式.

3.试求满足模型的ARMA(1,1)序列$\{X_t, t=0,\pm1,\pm2,\cdots\}$ 的均值和自协方差函数.