一、氢原子能级的精细结构

$$E_{nlj} = E_n + \Delta E_r + \Delta \mathrm{E}_V + \Delta E_{ls} = E_n + \Delta E$$

$$= -\frac{RhcZ^2}{n^2} - \frac{Rhc\alpha^2 Z^4}{n^3}\left(\frac{1}{j+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4n}\right)$$

* 这个结果可以用相对论量子力学直接算出。

* **n** 相同时，两个不同的 ℓ 而同一 **j** 的能级具有相同的能量，是简并的，如 $2^2P_{1/2}$ 和 $2^2S_{1/2}$ 能量相同（与碱金属原子不同）

* $\Delta E / E_n \propto \alpha^2$； $\Delta E \propto Z^4$； $\Delta E \propto \frac{1}{n^3}$

二、H 原子（类氢离子）能级的简并度

a) 只考虑电子与核的静电相互作用

能量 $$E_n = -\frac{Rhc}{n^2}Z^2;$$

简并度 $$\sum_{\ell=0}^{n-1} 2(2\ell+1) = 2n^2$$ （考虑自旋）

b) 若考虑相对论效应 ΔE_r 和 ΔE_V

能量

$$E_{nl} = E_n + \Delta E_r + \Delta E_V$$

$$= -\frac{RhcZ^2}{n^2} - \frac{Rhc\alpha^2 Z^4}{n^3}\left(\frac{1}{l+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4n}\right) \quad l \neq 0$$

$$= -\frac{RhcZ^2}{n^2} - \frac{Rhc\alpha^2 Z^4}{n^3}\left(1 - \frac{3}{4n}\right) \qquad l = 0$$

简并度 $2(2\ell+1)$ （考虑自旋）

c) 若还考虑自旋—轨道相互作用（旋—轨耦合）

能量

$$E_{nlj}=E_n+\Delta E_r+\Delta E_V+\Delta E_{ls}=-\frac{RhcZ^2}{n^2}-\frac{Rhc\alpha^2Z^4}{n^3}\left(\frac{1}{j+\frac{1}{2}}-\frac{3}{4n}\right)$$

简并度（**2j＋1**）

$\Rightarrow 2^2P_{1/2}$，$2^2S_{1/2}$　　能量相同

d) 若进一步考虑原子和辐射场之间的相互作用（量子电动力学）

$\Rightarrow 2^2P_{1/2}$，$2^2S_{1/2}$ 能级并不重合，$2^2S_{1/2}$ 比 $2^2P_{1/2}$ 高 **0.035** cm^{-1}

兰姆移位。狄拉克的相对论量子力学无法解释兰姆移位。兰姆移位直接促进了量子电动力学（**QED**）的发展。